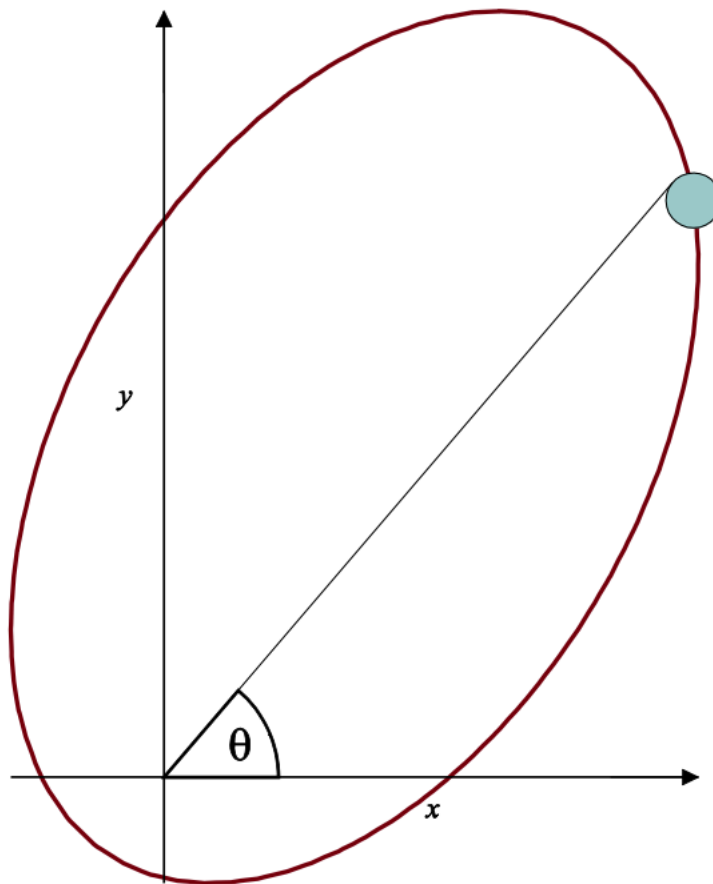


1- یک قمر حول سیاره‌ای طوری می‌گردد که مدار آن عمود بر سطح سیاره است و روی سطح سیاره ناظری ایستاده است. بعد از مقیاس‌سازی‌های لازم، فرض کنید که مدار قمر در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$9\left(\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} - 4\right)^2 + 25\left(-\frac{\sqrt{3}x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2 = 225$$

که ۲ اندازه شعاع قمر است. فرض کنید که دوره گردش سیاره بسیار بزرگتر از دوره تناوب مداری قمر است. اگر  $\theta$  زاویه ارتفاع قمر زمانی که برای ناظر بزرگترین حالت به نظر می‌رسد باشد، مقدار  $\tan \frac{\theta}{2}$  را حساب کنید.



2- دو ستاره پر جرم A و B با جرم‌های  $m_A$  و  $m_B$  در فاصله  $d$  از هم قرار دارند. هر دو ستاره حول مرکز جرمشان تحت تأثیر گرانش در حال چرخش هستند. فرض کنید مدارشان دایره‌ای است و در صفحه X-Y واقع شده که مرکز آن روی مرکز جرم دو ستاره است. الف) سرعت مماسی و زاویه‌ای ستاره A را حساب کنید.

ناظری در صفحه Y-Z ستاره‌ها را از فاصله دور تحت زاویه  $\theta$  نسبت به محور Z مشاهده می‌کند. این ناظر مؤلفه سرعت ستاره A در راستای خط دید خود را به شکل  $K \cos(\omega t + \epsilon)$  اندازه می‌گیرد که  $K$  و  $\epsilon$  ثوابت مثبتی هستند.

ب) مقدار  $\frac{K^3}{\omega G}$  را بر حسب  $m_A, m_B, \theta$  بیان کنید (G ثابت گرانش است). فرض کنید که ناظر می‌تواند تشخیص دهد که ستاره A جرمی برابر  $30 M_\odot$  دارد. علاوه بر این، ناظر مشاهده می‌کند که ستاره B پرتوهای ایکس تولید می‌کند، که با این اطلاعات ستاره B را به عنوان یک ستاره نوترونی یا سیاه چاله دسته بندی می‌کند. نتیجه گیری بستگی به مقدار  $m_B$  دارد: ۱) اگر  $m_B < 2M_\odot$  باشد ستاره B یک ستاره نوترونی است. ۲) اگر  $m_B > 2M_\odot$  باشد ستاره B یک سیاه چاله است.

ج) یک اندازه گیری توسط ناظر انجام شده است:  $\frac{K^3}{\omega G} = \frac{1}{250} M_\odot$ . در عمل مقدار  $\theta$  معمولاً مشخص نیست. با فرض اینکه مقدار  $\theta$  احتمالاً برابر تمام مقادیر ممکن برای  $\theta$  است، احتمال اینکه ستاره B یک سیاه چاله باشد را بیابید. (راهنمایی:  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ )

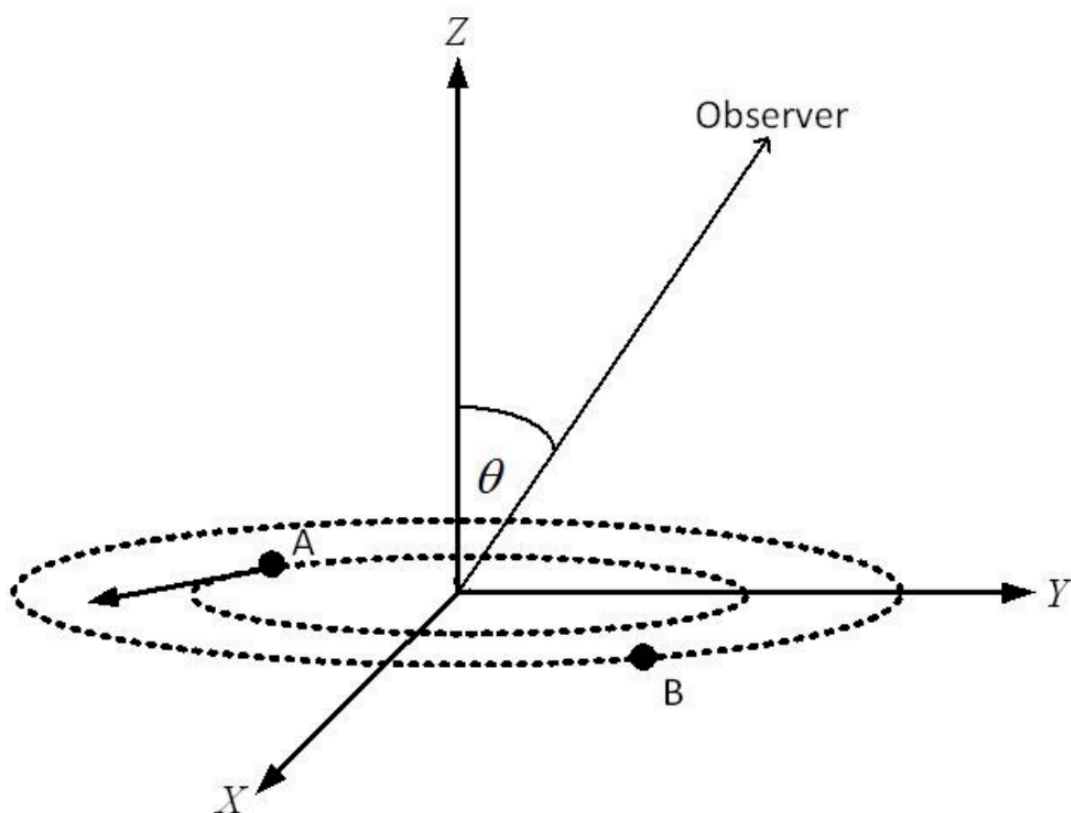
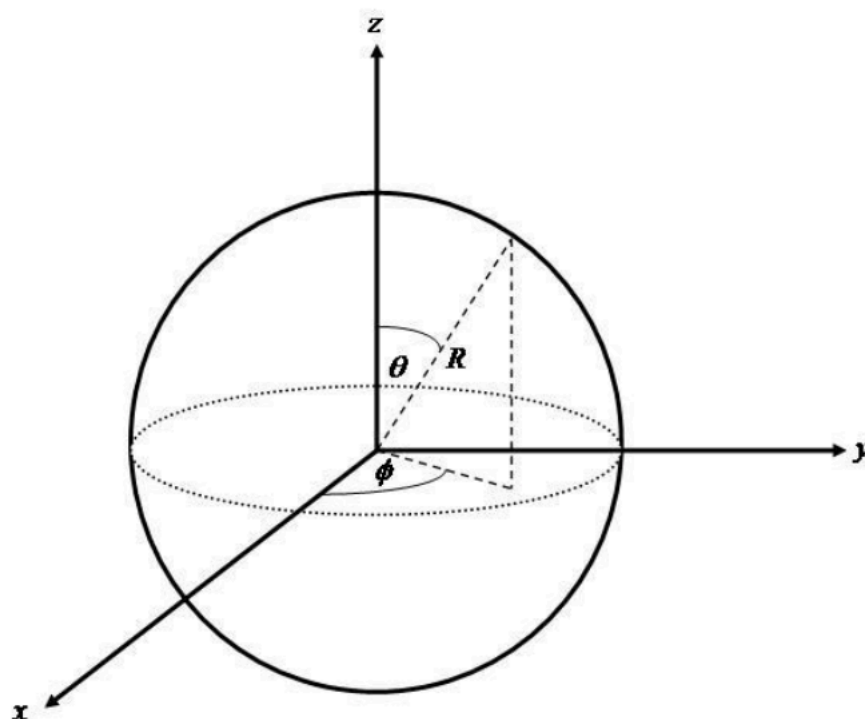


Figure 2

3- یک ستاره ایستا با تقارن کروی به شعاع  $R$  در نظر بگیرید که از  $N$  ذره خنثی تشکیل شده است.



ویژگی‌های گاز درون ستاره در معادله زیر صدق می‌کند:

$$P V = N k \frac{T_R - T_0}{\ln(T_R/T_0)}$$

که  $P$  و  $V$  فشار درون ستاره و حجم ستاره هستند.  $T_0$  و  $T_R$  دمای گاز سطح و مرکز ستاره هستند. فرض کنید  $T_R \leq T_0$ .

الف) با فرض اینکه  $\Delta T = T_R - T_0 \approx 0$  رابطه بالا را ساده کنید. (راهنمایی از تقریب  $\ln(1+x) \approx x$  برای  $x$  های کوچک استفاده نمایید.)

فرض کنید ستاره تحت فرآیند شبه-ایستا است، که طی آن کمی منقبض یا منبسط می‌شود، به طوری که معادله بالا همچنان برقرار می‌ماند.

ب) کار انجام شده توسط ستاره وقتی از حجم  $V_1$  به حجم  $V_2$  تحت فرآیند هم دما که  $T_R$  و  $T_0$  ثابت هستند را بیابید.

در ستاره قانون اول ترمودینامیک به شکل زیر برقرار است

$$Q = \Delta Mc^2 + W$$

که  $Q$  گرما،  $M$  جرم و  $W$  کار هستند و  $c$  سرعت نور در خلاء است و  $\Delta M \equiv M_f - M_i$ . فرض کنید  $T_0$  ثابت است در حالی که  $T_R \equiv T$  متغیر است.

ج) ظرفیت گرمایی ستاره در حجم ثابت  $C_v$  را بر حسب  $M$  بیابید. همچنین ظرفیت گرمایی در فشار ثابت  $C_p$  را بر حسب  $C_v$  و  $T$  بیابید (راهنمایی: از بسط  $(1+x)^n \approx 1+nx$  استفاده کنید).

فرض کنید  $C_v$  ثابت است و گاز تحت فرآیند همفشار است بطوری که ستاره گرما تولید می کند و به بیرون تابش می کند.

د) گرمای تولید شده طی فرآیند همفشار را اگر دمای اولیه و ثانویه  $T_i$  و  $T_f$  باشند بیابید. ه) فرض کنید ناظری دور از ستاره در حال مشاهده است. با توجه به قسمت د) با فرض اینکه ناظر در اندازه گیری دمای مؤثر حول ستاره 0.1% خطا دارد، فاصله ناظر تا ستاره را بیابید.

ح) اگر نور خورشید با بسامد  $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$  تک رنگ باشد، تعداد فوتون های تابش شده از خورشید در هر ثانیه را تخمین بزنید.

و) ظرفیت گرمایی  $C_v$  خورشید را با فرض اینکه دمای سطحی از  $5500 \text{ K}$  تا  $6000 \text{ K}$  طی این دوره تغییر می کند حساب کنید.