

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعداد‌های درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون نهایی تحلیل داده دهمین دوره‌ی انتخابی تیم المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تحلیل داده
۲۲ اردیبهشت ۱۳۹۴
مدت آزمون: ۳۶۰ دقیقه (۱۴:۰۰ – ۸:۰۰)

دفترچه‌ی سؤالات

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۱۴ سوال دارد و وقت آن ۳۶۰ دقیقه است.
 - (۲) به همراه دفترچه‌ی سؤالات، دفترچه‌ی پاسخنامه، ۳ کاغذ رسم نمودار، چرک‌نویس، خط‌کش و نقاله در اختیار شما قرار گرفته است.
 - (۳) مجاز به استفاده از ماشین حساب خودتان هستید.
 - (۴) همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، تبلت و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.
- ح) کلیه‌ی حقوق این سوال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.



دقت کنید:

۱. در تمامی مراحل توضیح دهید که چگونه عمل می‌کنید و چه فرض‌هایی را در نظر گرفته‌اید.
۲. در توضیحات خود اصل ایجاز و اختصار را رعایت کنید و در کمترین جملات منظور خود را برسانید.

مقدار	نام کمیت
$5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$	ثابت استفان بولتزمن σ
$6.67 \times 10^{-11} N \frac{m^2}{kg^2}$	ثابت جهانی گرانش G
$3.00 \times 10^8 \frac{m}{s}$	سرعت نور c
$1.67 \times 10^{-27} kg$	واحد جرم اتمی amu
$1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$	ثابت بولتزمن k_B

جدول ۰۰: ثوابت (ثوابت خطا ندارند)

بخش اول:

معادلات ساختار ستارگان: (بارم کل: ۱۸+۳۶)

(۱) برای شعاع‌های ذکر شده از مرکز ستاره‌ای، چگالی را گزارش کرده‌ایم، با توجه به این که تابع چگالی $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^3}$

است، با برازش خط ضرایب a, ρ_0 را به همراه خطا بدست آورید. (۳+۴ نمره)

r (m)	Density ($\frac{kg}{m^3}$)
7.60E+07	1.25E+05
9.03E+07	9.92E+04
9.64E+07	8.98E+04
1.20E+08	5.94E+04
1.25E+08	5.41E+04
1.98E+08	1.73E+04
2.68E+08	7.30E+03
3.62E+08	3.02E+03
3.84E+08	2.53E+03
4.44E+08	1.65E+03
5.34E+08	9.51E+02
5.98E+08	6.82E+02
6.13E+08	6.29E+02
7.02E+08	4.21E+02
7.74E+08	3.14E+02

جدول ۱-۱



۳ | کمیته‌ی نجوم و اختر فیزیک معاونت دانش‌پژوهان جوان

۲) تابع جرم محصور در شعاع r ، یعنی $M(r)$ را بدست آورید. (راهنمایی: $3x^2 dx = d(x^3)$) (۲ نمره)

۳) شعاع ستاره (R) را جایی تعریف می‌کنیم که چگالی سطح 0.001 چگالی مرکز باشد، حال R را به همراه خطا بدست آورید. (۲ نمره)

۴) جدول ۱-۲ را کامل کنید. (۱+۲ نمره)

$r \text{ (m)}$	$M \text{ (kg)}$	$\Delta M \text{ (kg)}$
0.00E+00		
1.00E+08		
2.00E+08		
3.00E+08		
4.00E+08		
5.00E+08		
6.00E+08		
7.00E+08		
8.00E+08		
$R = \dots\dots\dots$		

جدول ۱-۲

۵) حد پایین فشار را همراه با خطا بدست آورید و جدول ۱-۳ را کامل کنید. (راهنمایی: فرض کنید که در محاسبه حد پایین، خطایی وارد نمی‌شود.) (۲+۵ نمره)

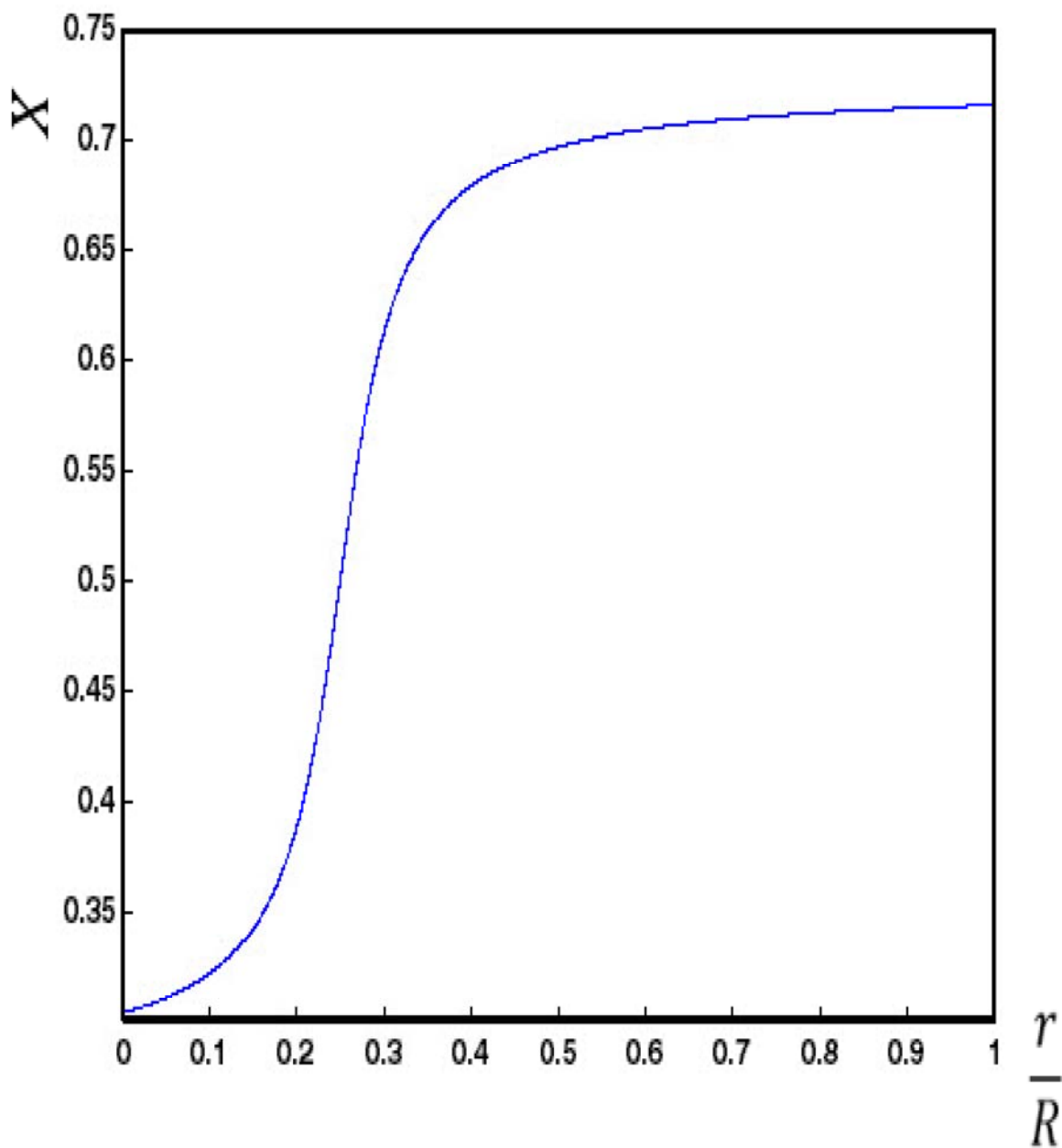
$r \text{ (m)}$	$P \text{ (pa)}$	$\Delta P \text{ (pa)}$
0.00E+00		
1.00E+08		
2.00E+08		
3.00E+08		
4.00E+08		
5.00E+08		
6.00E+08		
7.00E+08		
8.00E+08		
$R = \dots\dots\dots$		

جدول ۱-۳

۶) نمودار فشار بر حسب شعاع را رسم کنید و خطا را نیز در شکل نشان دهید. (۵+۱۰ نمره)



(۷) نمودار درصد جرمی هیدروژن برای ستاره فوق مطابق شکل ۱ است، با فرض اینکه درصد جرمی فلزات ناچیز است، دمای ستاره را بدست آورید و جدول ۴-۱ را کامل کنید. (۲+۵ نمره)



شکل ۱-۱



r (m)	T (k)	ΔT (k)
0.00E+00		
1.00E+08		
2.00E+08		
3.00E+08		
4.00E+08		
5.00E+08		
6.00E+08		
7.00E+08		
8.00E+08		
R=.....		

جدول ۱-۴

۸) می‌دانیم که چرخه تولید انرژی درون ستاره $P - P$ است،

یعنی $\epsilon = \epsilon_0 \rho T^4$, $\epsilon_0 = 1.13 \times 10^{-34} \left(\frac{w.m^3}{kg^2.k^4} \right)$ است، در این صورت درخشندگی هر شعاع را به همراه خطا بدست آورید و جدول ۱-۵ را کامل کنید. (۳+۴ نمره)

r (m)	L (w)	ΔL (w)
0.00E+00		
1.00E+08		
2.00E+08		
3.00E+08		
4.00E+08		
5.00E+08		
6.00E+08		
7.00E+08		
8.00E+08		
R=.....		

جدول ۱-۵

۹) دمای موثر (T_{eff}) را با خطا گزارش کنید. (۲+۲ نمره)



بخش دوم:

زاویه اختلاف منظر: (۳۱ نمره)

از سیاره زحل در زمان‌های مختلف عکس‌برداری شده است، در ۲۸ شکل زیر که با نرم‌افزار Starry night تهیه شده‌اند جهت سرسو در عکس اول به همراه خطوط راهنمای محلّی مشخص شده‌اند (جهت سرسو در مابقی عکس‌ها نیز مطابق عکس اول می‌باشد که از روی جهت نوشته‌ی انگلیسی هم مشخص است). همچنین توجه کنید که تصاویر مستقیم می‌باشند و وارون نیستند. ترتیب زمانی تصاویر به ترتیب جدول ۱-۲ است که این زمان‌ها لزوماً تعیین کننده‌ی زمان خاصی نیستند! (یعنی لزوماً در زمان ۱۲:۰۰ عبور رخ نمی‌دهد یا زمان ۰:۰۰ عبور پایین نیست). در این بخش نیازی به محاسبه خطا نیست!

می‌دانیم داده‌ها در شهری با عرض جغرافیایی منفی تر از ۳۰- درجه جمع‌آوری شده‌اند و همچنین میل صفحه‌ی مداری زحل تقریباً ۲٫۵ درجه نسبت به دایره البروج در نظر بگیرید.

شماره تصویر	زمان	شماره تصویر	زمان	شماره تصویر	زمان	شماره تصویر	زمان	شماره تصویر	زمان
۱	۰:۰۰	۷	۶:۰۰	۱۳	۱۲:۰۰	۱۹	۱۸:۰۰	۲۵	۲۰:۴۵
۲	۱:۰۰	۸	۷:۰۰	۱۴	۱۳:۰۰	۲۰	۱۹:۰۰	۲۶	۲۱:۳۰
۳	۲:۰۰	۹	۸:۰۰	۱۵	۱۴:۰۰	۲۱	۱۹:۳۰	۲۷	۲۲:۳۰
۴	۳:۰۰	۱۰	۹:۰۰	۱۶	۱۵:۰۰	۲۲	۱۹:۴۵	۲۸	۲۳:۳۰
۵	۴:۰۰	۱۱	۱۰:۰۰	۱۷	۱۶:۰۰	۲۳	۲۰:۰۰		
۶	۵:۰۰	۱۲	۱۱:۰۰	۱۸	۱۷:۰۰	۲۴	۲۰:۱۵		

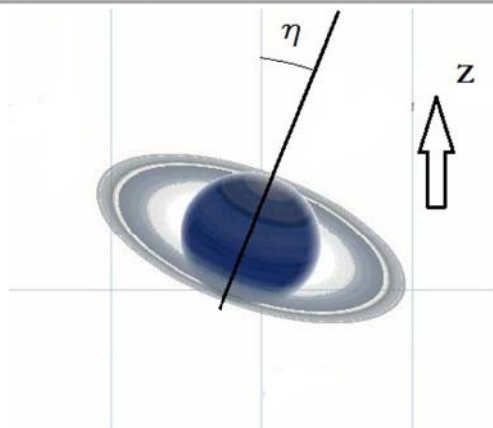
جدول ۱-۲

۱۰) نمودار زاویه‌ی اختلاف منظر زحل بر حسب زمان را رسم نمایید. (۱۰ نمره)

دقت کنید که زاویه‌ی اختلاف منظری که اینجا تعریف نموده‌ایم مطابق شکل ۱-۲ و به صورت زیر است:

$$\eta(t, \phi, \delta) = \eta_0 + f(t, \phi, \delta)$$

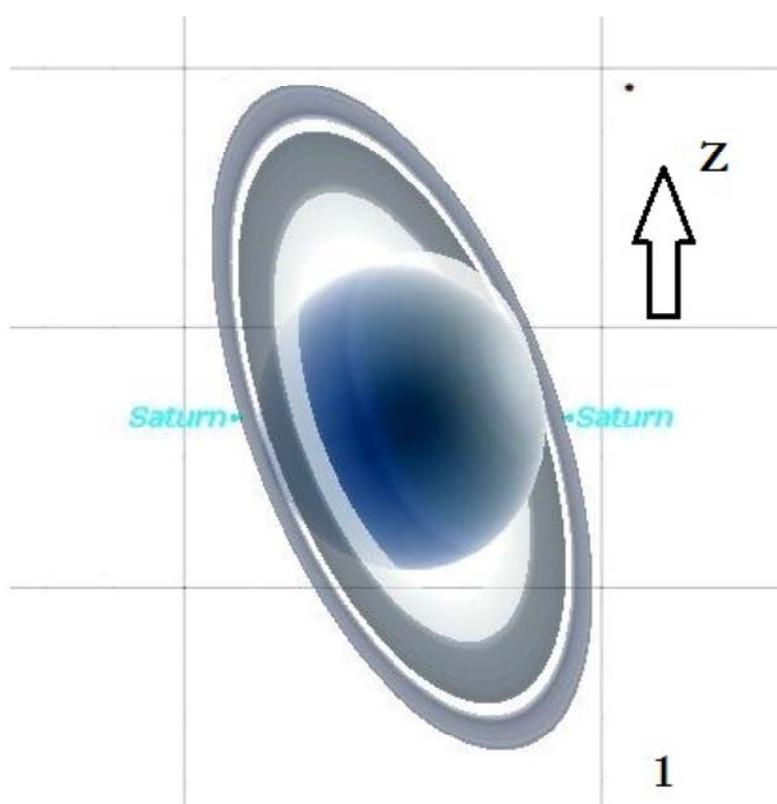
که تابع f در زمان عبور برابر صفر خواهد بود.

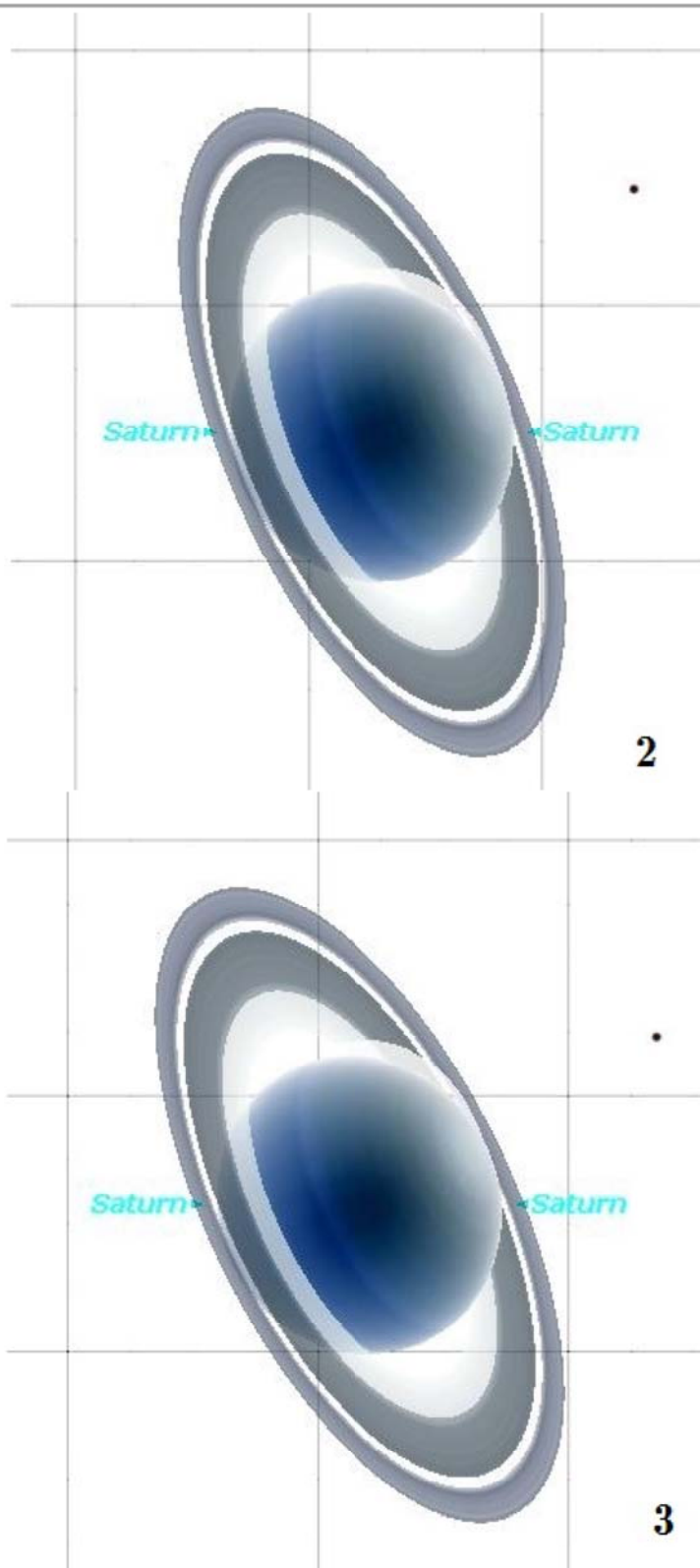


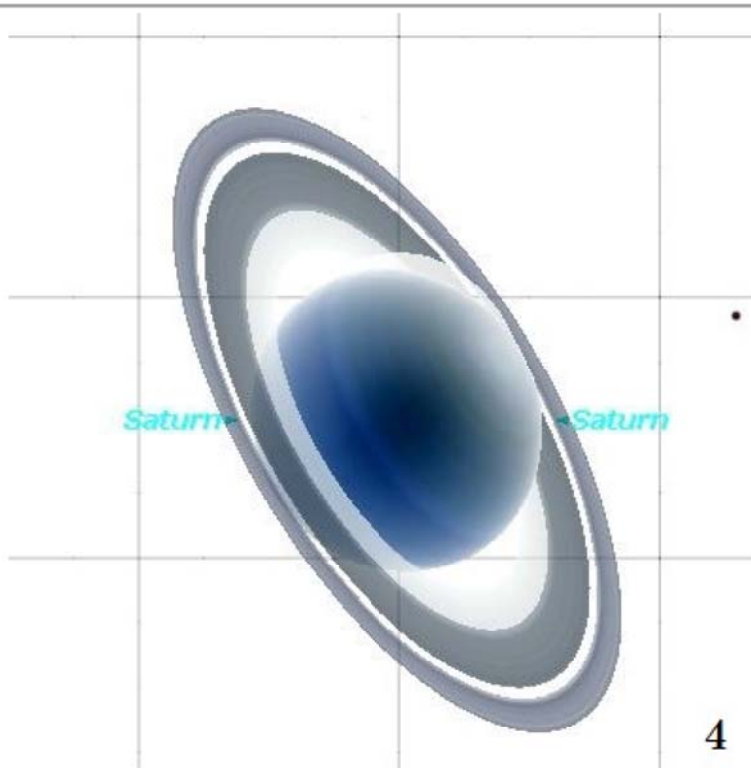
شکل ۱-۲

- (۱۱) اثبات کنید که رابطه‌ی $f(\phi, \delta, H)$ بر حسب زاویه‌ساعتی زحل، تابعی فرد است. (۲ نمره)
- (۱۲) زمان عبورهای زحل را مشخص کنید و با ذکر دلیل عبور بالایی را مشخص کنید. (۸ نمره)
- (۱۳) زاویه‌ی اختلاف منظر زحل را در هنگام عبور بالایی گزارش کنید. (۲ نمره)
- (۱۴) با استفاده از برازش منحنی، عرض جغرافیایی ناظر و میل زحل را گزارش کنید. (۹ نمره)

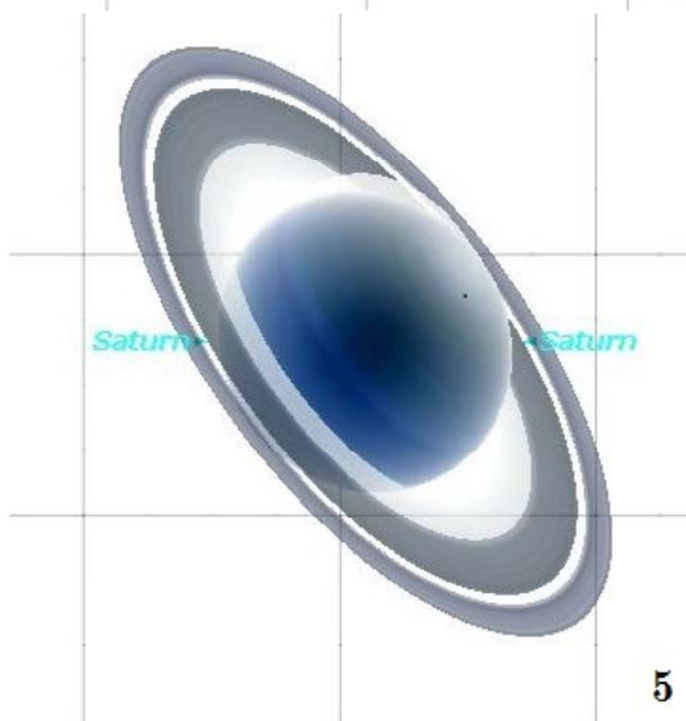
موفق باشیم!



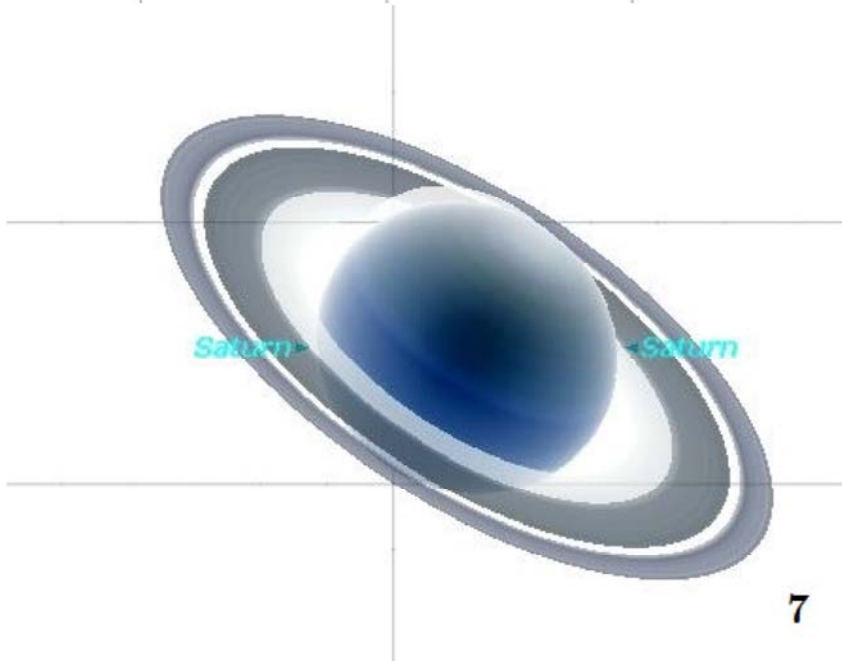
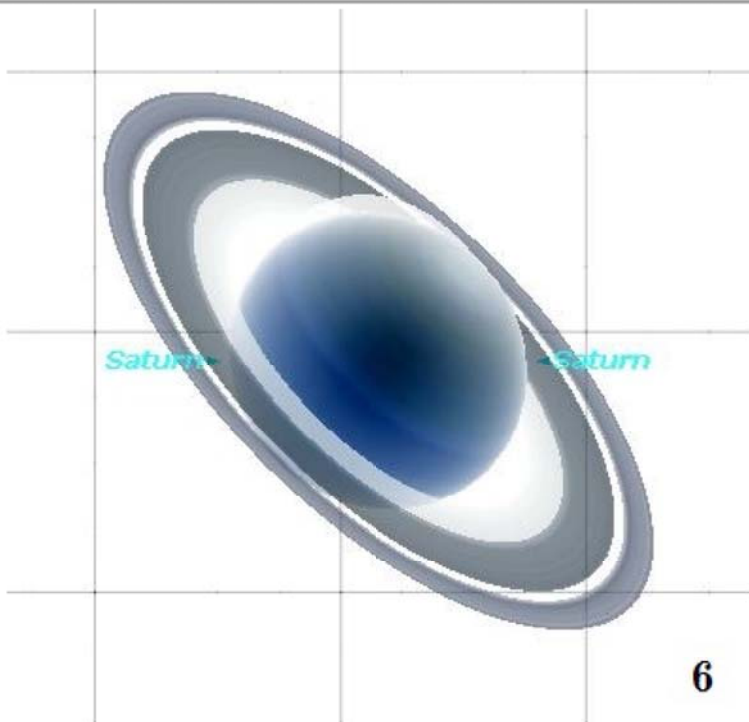


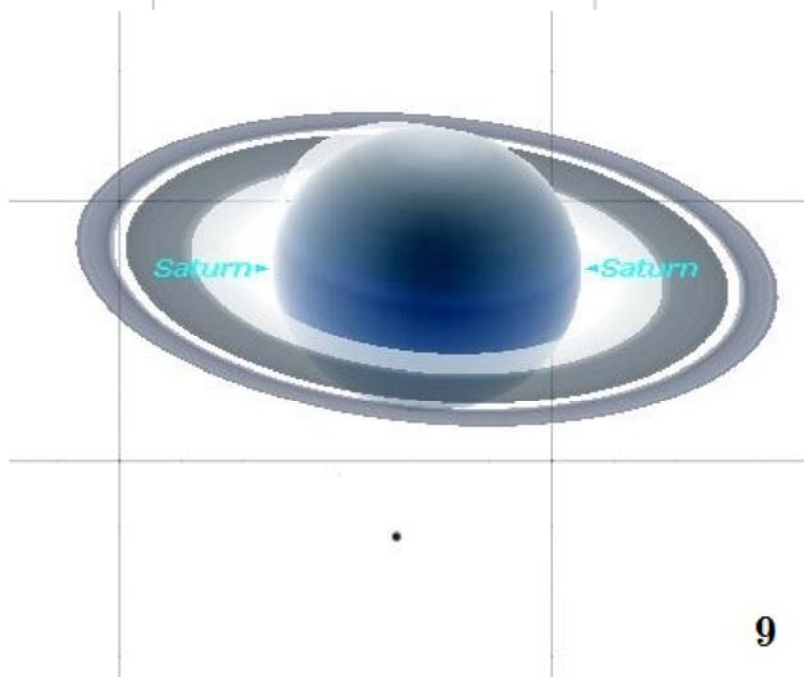
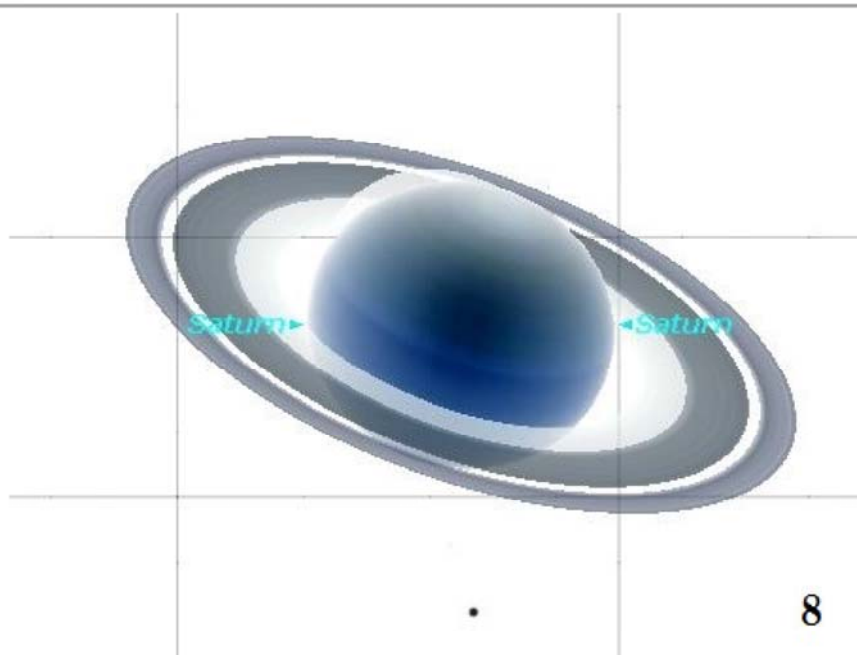


4



5

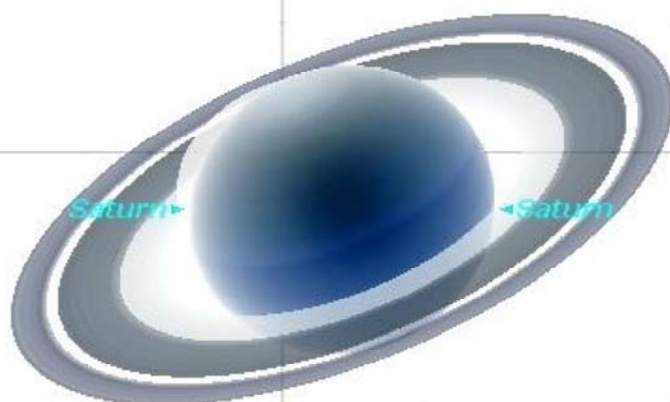






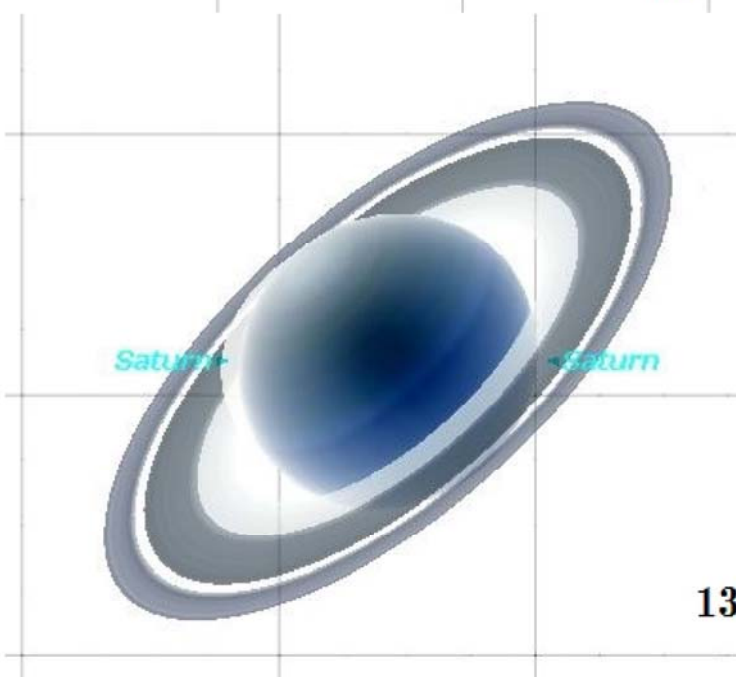
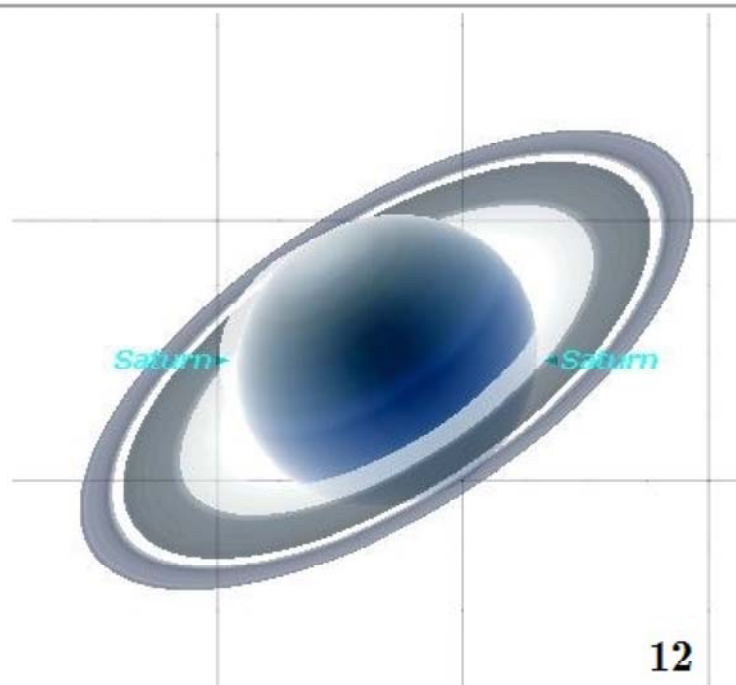
.

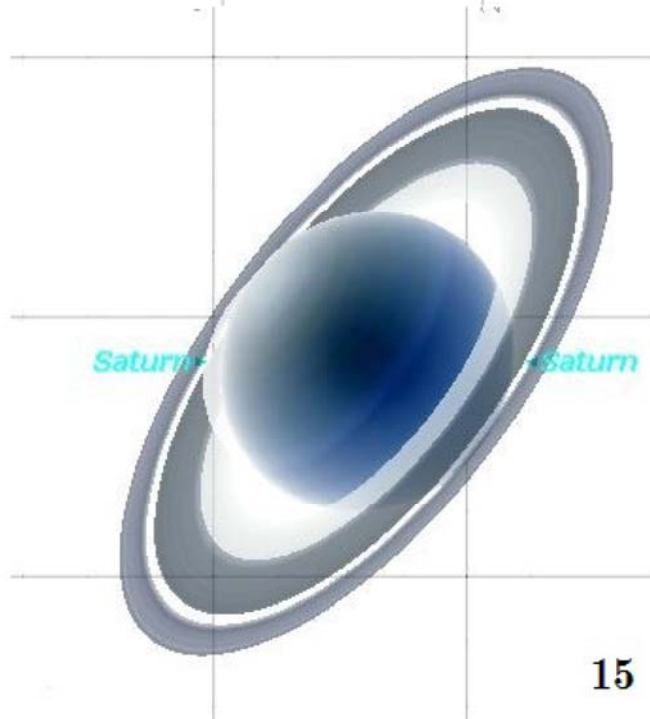
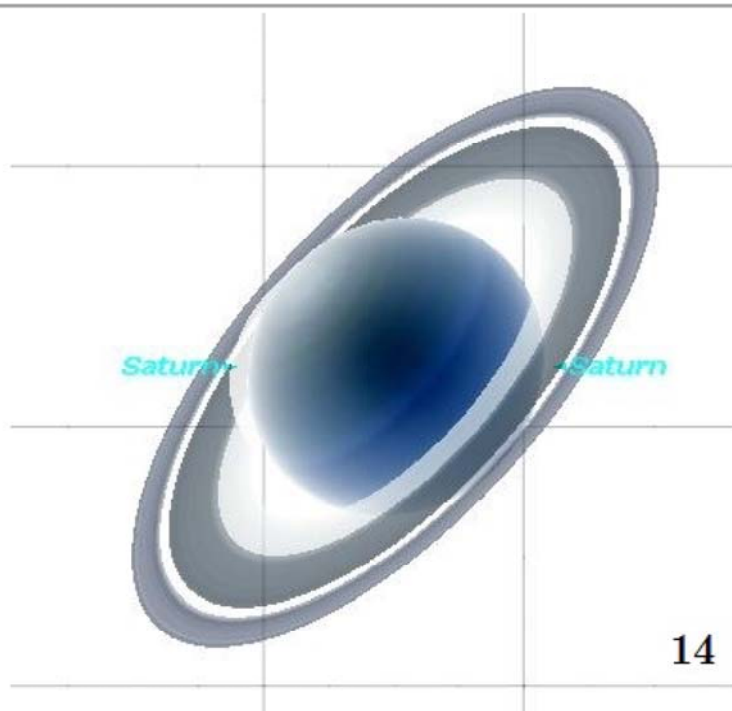
10

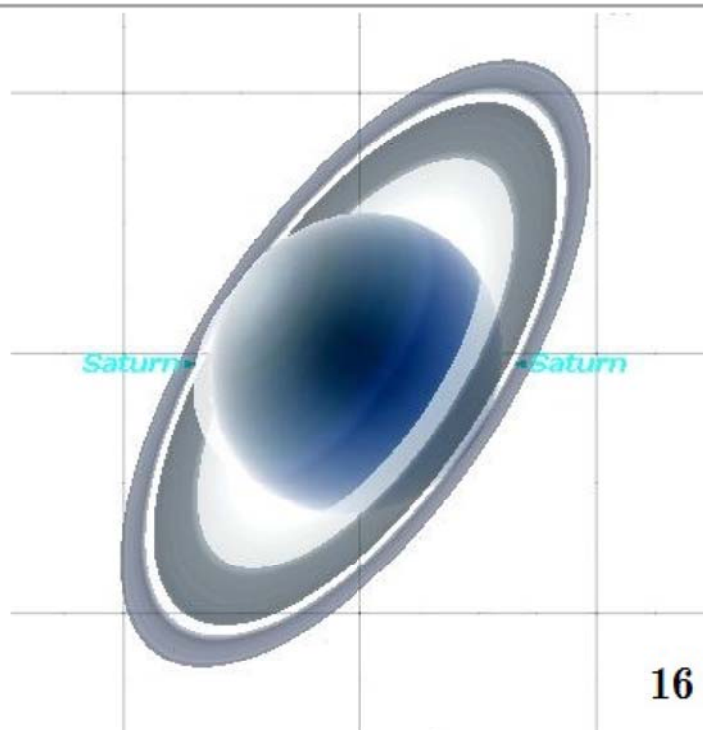


.

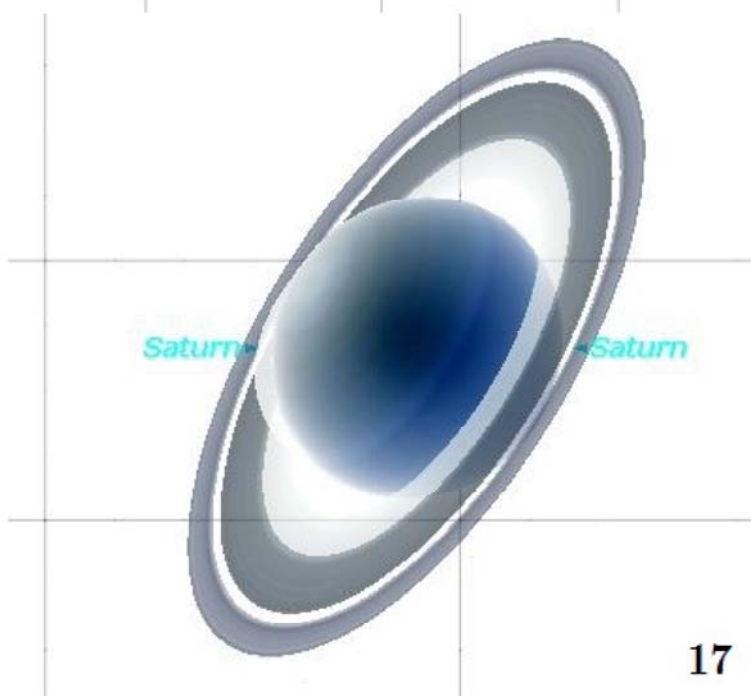
11



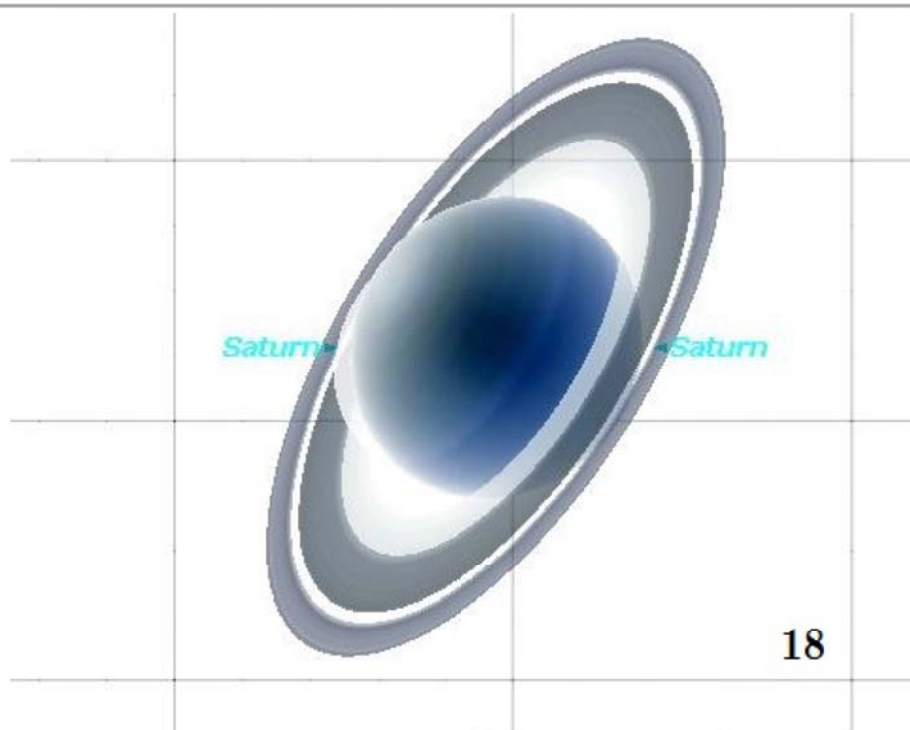


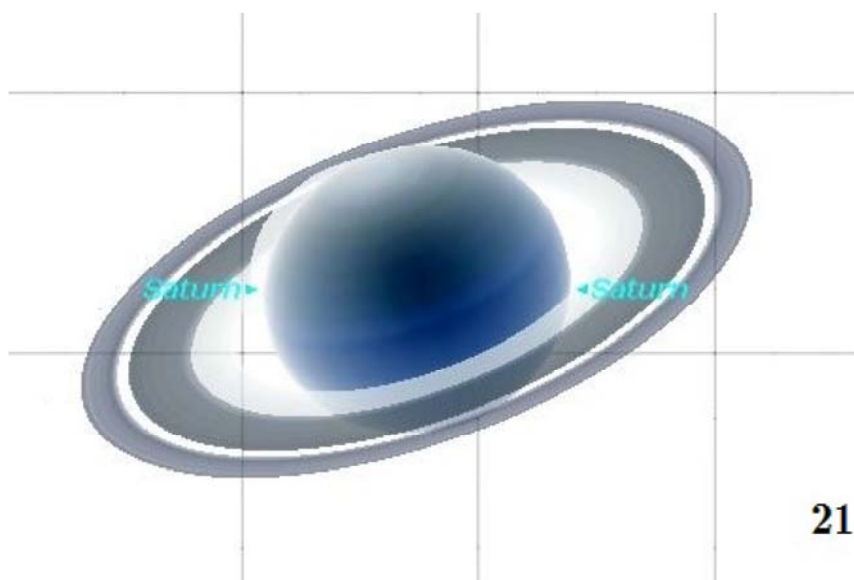
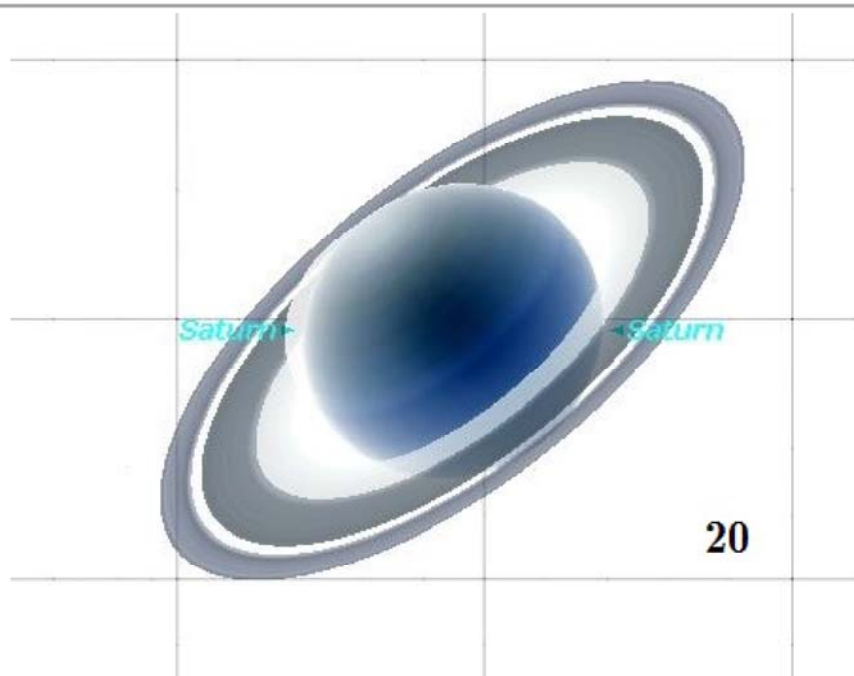


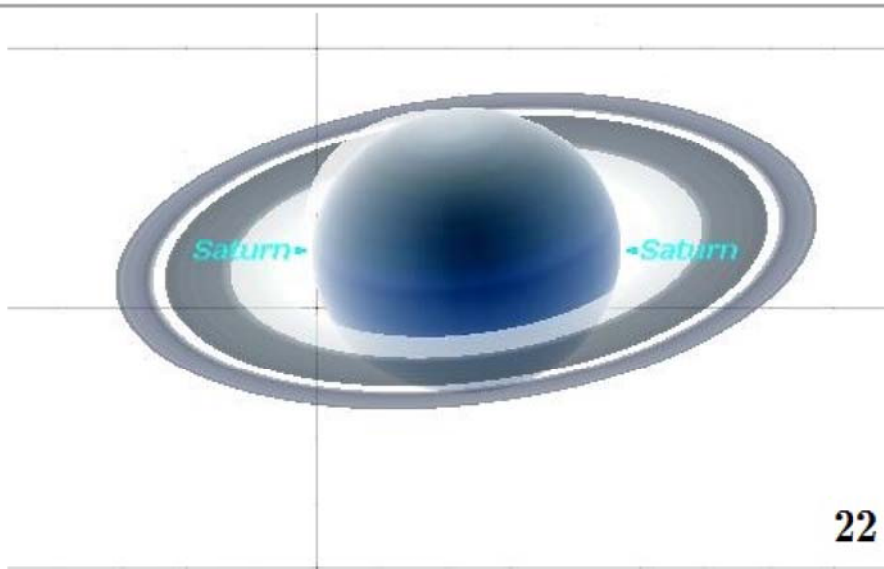
16



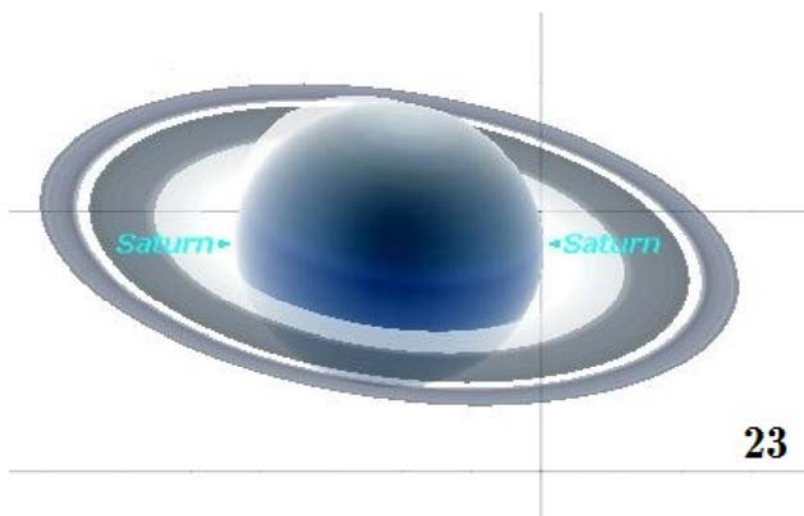
17



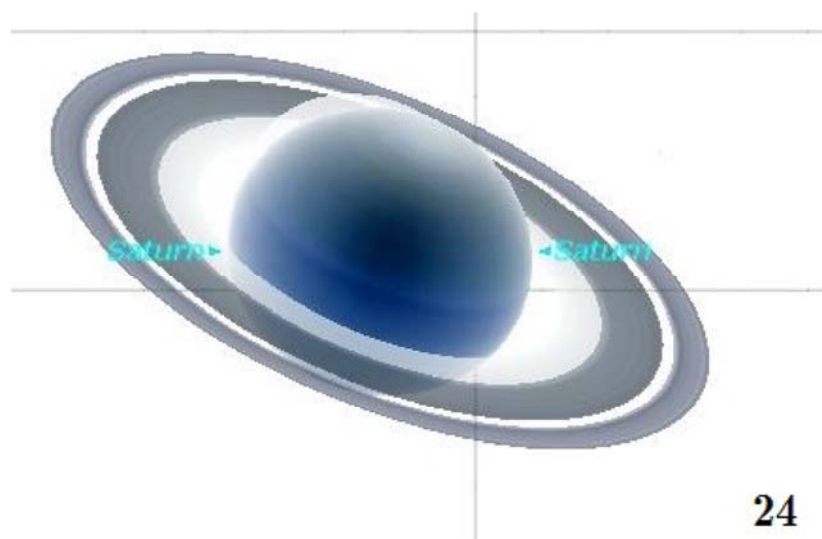




22



23



24

