

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون میان‌ترم تحلیل داده دهمین دوره‌ی انتخابی تیم المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تحلیل داده

۱۸ اسفند ۱۳۹۳

مدت آزمون: ۱۸۰ دقیقه (۱۷:۰۰ – ۱۴:۰۰)

دفترچه‌ی سؤالات

-
- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- این آزمون ۲ بخش دارد و وقت آن ۱۸۰ دقیقه است.
 - به همراه دفترچه‌ی سؤالات، دفترچه‌ی پاسخنامه، چکنویس و دو فایل در اختیار شما قرار گرفته است.
 - مجاز به استفاده از ماشین حساب خودتان هستید.
 - همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و تبلت بجز لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.
 - در پایان امتحان پاسخنامه و فایل‌های اکسل را باید تحویل بدهید.

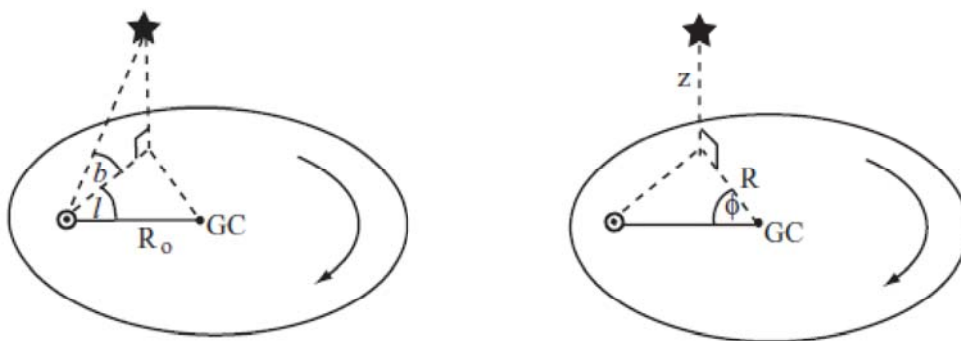
ح) کلبه‌ی حقوق این سوال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

دقت کنید:

۱. در تمامی مراحل توضیح دهید که چگونه عمل می‌کنید و چه فرض‌هایی را در نظر گرفته‌اید.
۲. در توضیحات خود اصل ایجاز و اختصار را رعایت کنید و در کمترین جملات منظور خود را برسانید.

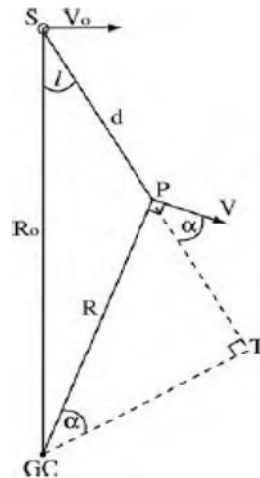
بخش اول: (۷۰ نمره)

- ثوابت اورت:** در یک پروژه رصدی تعدادی از متغیرهای RR شلیاکی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. داده‌های این ستارگان در فایل “Data RR” موجود می‌باشد که ستون‌ها به ترتیب طول کهکشان (بر حسب درجه)، قدر ظاهری میانگین و قرمزگرایی ستارگان می‌باشد. در این سوال برای راحتی فرض کنید که قرمزگرایی و طول کهکشان خطا ندارند و صرفاً داده‌هایی خطا دارند که به خطایشان اشاره شده باشد.
- (۱) با توجه به اینکه قدر مطلق میانگین ستارگان متغیر RR شلیاکی $M = 0.61 \pm 0.20$ می‌باشد و ثابت جذب $a = 1 \frac{mag}{kpc}$ است، با استفاده از روش‌های حل عددی (مانند نیوتن رافسون) فاصله‌ی این ستارگان متغیر را همراه با خطایشان از ما بدست آورید. خطای قدر ظاهری برابر ۰٫۱ است.
- (۲) با فرض اینکه فاصله‌ی ما از مرکز کهکشان $R_0 = 8.00 \pm 0.10 \text{ kpc}$ و عرض کهکشان ستارگان برابر صفر است، فاصله‌ی این ستارگان را از مرکز کهکشان همراه با خطا بدست آورید.
- (۳) نمودار مکان ستارگان در دستگاه کهکشانی مرکز کهکشان را رسم کنید. دقت کنید که مرکز دستگاه مختصات بر روی مرکز کهکشان و محور X به سمت خورشید باشد، دستگاه باید راستگرد باشد و ارتفاع خورشید از صفحه کهکشان را صفر فرض کنید.



شکل ۱: دستگاه مختصات کهکشانی

- (۴) با توجه به سرعت شعاعی ستارگان متغیر، سرعت دورانی ستارگان را به دور مرکز کهکشان بدست آورید. شکل ۲ می‌تواند در این زمینه کمک کند. سرعت خورشید به دور مرکز کهکشان $V_0 = 220 \frac{km}{s}$ است. فرض کنید که ستارگان در صفحه کهکشان در مدار دایروی به دور مرکز کهکشان می‌چرخند همچنین فرض کنید که مقدار خطای V_0 برابر صفر است. (راهنمایی: $\cos \alpha = \frac{R_0 \sin l}{R}$)



شکل ۲: چرخش ستارگان در کهکشان

(۵) مدلی که اخیراً برای منحنی چرخش ستارگان ارایه شده است، $V_c = V_a \frac{R}{\sqrt{a^2 + R^2}}$ است. با برازش منحنی بر داده‌های فوق V_a ، a را همراه با خطا بدست آورید.

(۶) ثوابت اورت را با خطا گزارش کنید. مقدار واقعی آن $A = 14.8 \pm 0.8 \frac{km}{s kpc}$ و $B = -12.4 \pm 0.6 \frac{km}{s kpc}$ است، انحراف نسبی را گزارش کنید.

$$(A = -\frac{1}{2} (\frac{dV}{dR} |_{R=R_0} - \frac{V_0}{R_0})) \text{ راهنمایی:}$$

بخش دوم: (۳۰ نمره)

توزیع خوشه‌های کروی: همانطور که می‌دانیم تعداد ستارگان خوشه‌های کروی حدود 10^4 تا 10^6 ستاره و عمرشان در مرتبه میلیارد سال است بنابراین برای بررسی سیستم‌های ستاره‌ای مناسب می‌باشند بعد از ارایه‌ی تابع IMF در دهه‌ی ۸۰ میلادی، مطالعات بر روی این سیستم‌ها شدت گرفت تا اینکه در اوایل دهه‌ی ۹۰ به این نتیجه رسیدیم که رابطه‌ی مشابهی برای خوشه‌های کروی وجود دارد که $N(m) \propto m^{-\alpha}$ است و α مقدارهای متفاوت در بازه‌های مشخص می‌گیرد بلافاصله بعد از این نظریه در سال ۱۹۹۱ اثبات کردند که نسبت جرم-درخشندگی مطابق $M/L \propto M^\eta$ است که $\eta \ll 1$ است بنابراین $L \propto M$ است پس $N(L) = KL^{-\alpha}$ است و K, α ضرایب ثابتی هستند که مقدارهای متفاوت در بازه‌های مشخص دارند. حال اگر به ازای هر L در بازه‌ی $[L - \delta, L + \delta]$ از تابع اخیر انتگرال بگیریم تعداد خوشه‌های کروی در آن بازه را بدست می‌آوریم که به آن تابع درخشندگی خوشه‌های کروی (GCLF) می‌گویند پس می‌توانیم هیستوگرام آن را رسم کنیم، حال در این بخش به بررسی آماری این موضوع می‌پردازیم.

در فایل “Data GC” خوشه‌های کروی راه‌شیری به همراه قدر مطلقشان و خوشه‌های کروی کهکشان آندرومدا به همراه قدر ظاهری‌شان موجود می‌باشد.

(۷) هیستوگرام (چگالی فراوانی) خوشه‌های کروی راه‌شیری را بر حسب قدر مطلق رسم نمایید. برای یکسان شدن نمودارها طول بازه‌ها را برابر ۰٫۵ قدر بگیرید و مقدار ابتدا و انتهای بازه‌ها باید مضرب ۰٫۵ باشند.

(۸) هیستوگرام خوشه‌های کروی کهکشان آندرومدا را بر حسب قدر ظاهری رسم نمایید. طول بازه‌ها برابر با ۰٫۵ قدر باشد.



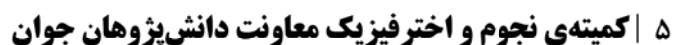
۹) همانطور که مشاهده می‌کنید نمودارها تقریباً شبیه نمودار گاوسی هستند و تقریباً سازگار با تئوری قسمت بالا می‌باشد، برای بدست آوردن پارامترهای تابع توزیع، یک راه این است که تابع توزیع گاوسی بر داده‌ها برازش کنیم اما با توجه به تعداد کم داده‌ها و ضعیف بودن ابزارهای موجود و همچنین اینکه داده‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند می‌توانیم میانگین و انحراف معیار داده‌ها را محاسبه کنیم و آن را به عنوان پارامترهای تابع گاوسی گزارش کنیم. بنابراین میانگین و انحراف معیار را برای هر دو کهکشان به طور جداگانه گزارش کنید.

۱۰) برای خوشه‌های کروی کهکشان آندرومدا با استفاده از تست χ^2 نشان دهید که تابع توزیع گاوسی برای توزیع خوشه‌ها مناسب است.

۱۱) می‌توان با روش بالا نشان داد که تابع توزیع گاوسی برای توزیع خوشه‌های کروی کهکشان راه‌شیری نیز مناسب است که ما در این جا از آن صرف نظر می‌کنیم! نکته‌ای که در این جا هست این است که می‌توان نشان داد در GCLF میانه، میانگین و مد با هم برابر هستند بنابراین فاصله‌ی کهکشان آندرومدا از کهکشان راه‌شیری را بدست آورید.

۱۲) مدول فاصله واقعی برای آندرومدا برابر 24.41 ± 0.10 است، آیا با مقدار بالا همخوانی دارد؟ علت تفاوت چیست؟

موفق باشیم!



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0369
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0764
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2225
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.500						