

باسمه تعالی



سوالات دوره تابستانه سال 1391

گردآورنده: شهاب الدین محین

توجه: سوالات موجود در این مجموعه تنها مشابه سوالات سال 91 می باشد و متاسفانه سوالات سال 91 گم شده اند! میزان مشابهت با تعداد ستاره مشخص شده است.

در پایان نیز از دوست بسیار خوبم، آقای سهیل انصارین بابت توصیه هایشان تشکر می کنم.

مهر 1392

سوالات امتحان میان ترم (مرداد ۱۳۹۱):

۱- در این سوال قصد بررسی اثرات الکترومغناطیسی لکه‌های خورشیدی را داریم. ★

الف) به دلیل تغییرات شار مغناطیسی، اختلاف ولتاژ پدید می‌آید، بنابراین اختلاف انرژی یک ذره باردار را در حین حرکت بدست آورید.

ب) با توجه به تابش جسم سیاه و اختلاف دمای لکه‌های خورشیدی با سطح خورشید تعداد ذرات تابش شده در واحد زمان از سطح خورشید را بدست آورید.

ج) شار دریافتی تعداد ذرات باردار در سطح زمین را بدست آورید.

د) شعاع لارمور را برای ذرات باردار در سطح زمین بدست آورید. چرا این ذرات به سطح زمین نمی‌رسند؟

۲- می‌دانیم که روز خورشیدی با روز نجومی تفاوت دارد، با فرض اینکه روز خورشیدی متوسط ۲۴ ساعت است.

الف) مدت زمان روز نجومی را محاسبه کنید. ★★★★★

ب) با توجه به اینکه مدار زمین بیضوی است، میانگین فاصله زمین از خورشید را محاسبه کنید.

ج) تکانه زاویه‌ای زمین را برای نقاط حضیض و اوج و میانگین فاصله در مدار، بدست آورید.

د) طول روز خورشیدی را برای نقاط حضیض و اوج مدار محاسبه کنید.

۳- یک ذره با جرم m از بی‌نهایت با سرعت v_∞ و پارامتر برخورد b تحت نیروی $F = \frac{-k}{r^3}$ قرار می‌گیرد طوری

که $0 < 1 - \frac{mk}{H^2}$ است و H تکانه زاویه‌ای ذره است. ★★

الف) مسیر حرکت آن را بدست آورید.

ب) مسیر حرکت را رسم کنید.

ج) انحراف زاویه‌ای ذره را بین لحظه ورود و خروج بدست آورید.

۴- برای کیهانی متشکل از ماده تاریک و تابش و انرژی تاریک محاسبات زیر را انجام دهید. ★★★★★

$$\left(\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{8\pi G\rho}{3}\right)a^2 = -kc^2$$
 معادله اول فریدمان:

$$\rho_m = \rho_{m,0} a^{-3}, \rho_r = \rho_{r,0} a^{-4}, \rho_\Lambda = \rho_{\Lambda,0}$$
 الف) روابط روبه‌رو را اثبات کنید.

ب) رابطه زیر را اثبات کنید و α و β و γ را بدست آورید.

$$H^2 = H_0^2 (1+z)^2 (1 - \Omega_0 + \Omega_{m,0} (1+z)^\alpha + \Omega_{r,0} (1+z)^\beta + \Omega_{\Lambda,0} (1+z)^\gamma)$$

ج) برای کیهان تخت ماده غالب (EdS) محاسبات زیر را انجام دهید.

I. طول همراه را تابعی از Z بدست آورید.

II. فاصله ویژه ($Proper Distance$) را تابعی از Z بدست آورید.

III. زمان پس‌بینی را تابعی از Z بدست آورید.

د) برای کیهان تهی (dS) نیز محاسبات زیر را انجام دهید.

I. طول همراه را تابعی از Z بدست آورید.

II. فاصله ویژه ($Proper Distance$) را تابعی از Z بدست آورید.

III. زمان پس‌بینی را تابعی از Z بدست آورید.

ه) برای کیهان تخت ΛCDM ($\Omega_{m,0} = 0.3, \Omega_{\Lambda,0} = 0.7$) نیز محاسبات زیر را انجام دهید.

I. طول همراه را تابعی از Z بدست آورید.

II. فاصله ویژه ($Proper Distance$) را تابعی از Z بدست آورید.

III. زمان پس‌بینی را تابعی از Z بدست آورید.

و) زمان پس‌بینی (t_i) و سن اجرام در لحظه مشاهده (t_{age}) را برای جدول زیر محاسبه و یادداشت کنید.

	Z=3		Z=5	
مدل کیهان	t_i	t_{age}	t_i	t_{age}
EdS				
dS				
ΛCDM				

ز) نمودار زمان پس‌بینی را بر حسب Z برای ۳ مدل کیهان معرفی شده، رسم نمایید.



۵- الف) فاصله درخشندگی را تابعی از طول همراه و Z بدست آورید.

ب) برای کیهان تخت ماده غالب (EdS) مدول فاصله را برای $z=0.5$ و $z=1.0$ محاسبه کنید.

ج) برای کیهان تخت ΛCDM ($\Omega_{m,0} = 0.3, \Omega_{\Lambda,0} = 0.7$) نیز مدول فاصله را برای $z=0.5$ و $z=1.0$ محاسبه کنید.

د) نمودار مدول فاصله بر حسب Z را برای دو مدل کیهان بالا رسم کنید.

سوالات امتحان نهایی قسمت اول (شهریور ۱۳۹۱):

۱- منجم آماتوری در عرض جغرافیایی $53.5^{\circ}N$ قصد دارد با استفاده از یک دوربین عکاسی، از آسمان عکسبرداری کند، ابعاد حسگر این دوربین $22.3mm \times 14.9mm$ می باشد (توجه شود که همواره محور لنز دوربین، از مرکز هندسی حسگر آن می گذرد) فاصله کانونی لنز دوربین روی $14.0mm$ تنظیم شده است. این منجم، دوربین خود را به سوی سمت‌الراس نشانه می‌رود (در واقع محور نوری لنز را در راستای سمت‌الراس قرار می‌دهد) و برای مدت کوتاهی نوردهی می‌کند، به طوری که ستارگان در عکس، به صورت نقطه ای ظاهر شوند.

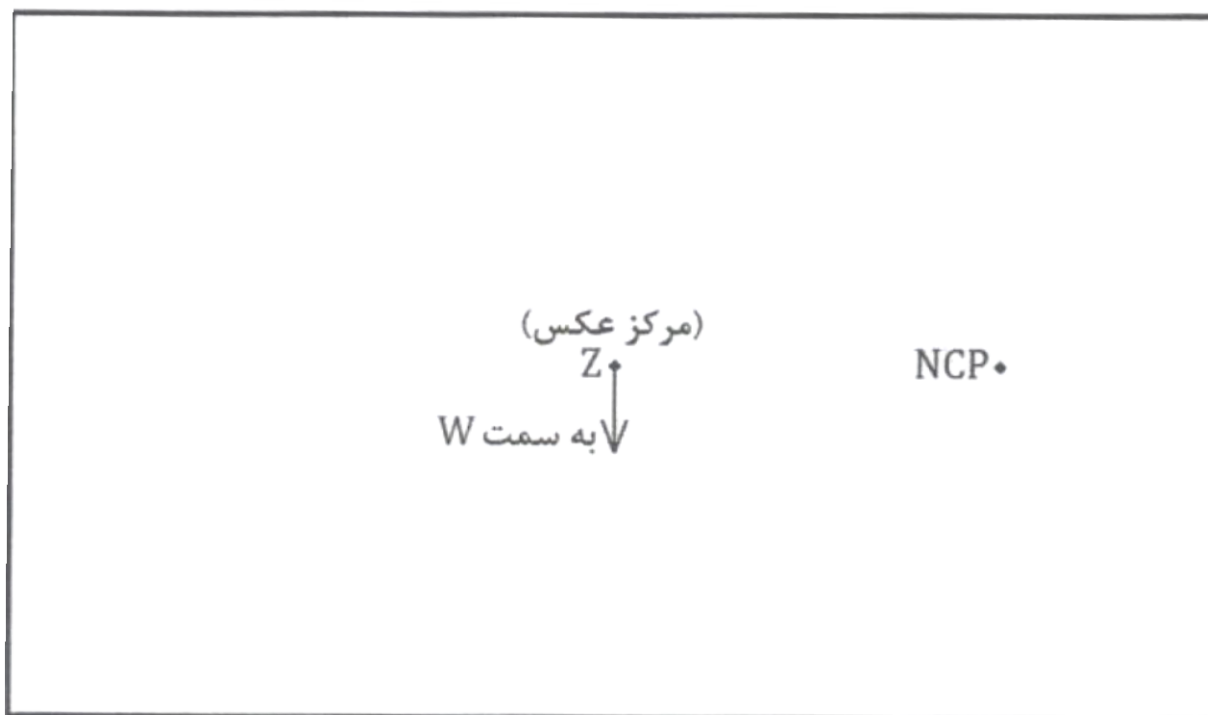
الف) این منجم از چند درصد آسمان قابل رویت، عکس گرفته است؟ ★★★★★

ب) کم ارتفاع‌ترین ستاره‌ای که در عکس ظاهر می‌شود، در چه ارتفاعی قرار دارد؟

زمان نجومی هنگام تهیه عکس $ST = 10.0h$ می‌باشد. بخشی از عکس گرفته شده در شکل زیر قرار دارد.

ج) شکل خم‌های هم‌بعد را تعیین کرده و منحنی‌های هم‌بعد $3.0h$ و $7.0h$ را در شکل زیر رسم کنید.

د) مکان ستاره‌ی $5CVn$ با مختصات استوایی $\alpha = 12^h 24^m$, $\delta = 51^{\circ}23'$ را در شکل زیر مشخص کنید.



۲- یک سیستم دوتایی با دوره تناوب 52 ± 3 روز مشاهده شده است، حداکثر قرمزگرایی مولفه دوم این دوتایی و حداکثر جدایی زاویه‌ای بین دو مولفه به ترتیب برابر با 2×10^{-4} و 0.002 arcsec است،

همچنین برای مولفه دوم $B - V = 0.96$ و رده طیفی این ستاره رشته اصلی K_3 است. ★★

(الف) حداقل جرم مولفه اول (مرکزی) را بدست آورید.

(ب) دمای مولفه دوم را همراه با خطا گزارش کنید.

(ج) اگر جرم و شعاع مولفه دوم $M = 0.75M_{\odot}$ و $R = 0.86R_{\odot}$ باشد، فاصله این سیستم دوتایی را از

ناظر زمینی بدست آورید. آیا این سیستم دوتایی بر روی زمین تفکیک می‌شود؟

۳- یک دیسک برافزایشی با ستاره مرکزی به جرم M یافته‌ایم چون ذرات در حال برافزایش، در حال چرخش با

سرعت v به دور ستاره هستند، برافزایش به صورت دیسک صورت می‌پذیرد اما به خاطر وجود این سرعت

برافزایش تنها در یک بازه فاصله‌ای مجاز انجام می‌پذیرد. ★

(الف) اثبات کنید حداکثر شعاع برافزایش برابر $r = \frac{2GM}{v^2}$ است.

(ب) با توجه به اینکه ذرات در حال برافزایش به خاطر دمایشان سرعت σ نیز دارند، اثبات کنید حداکثر شعاع

برافزایش برابر $r = \frac{2GM}{v^2 + \sigma^2}$ است.

۴- با توجه به آزمایش‌های انجام شده، دما در سطح خورشید 5790 K و دما در 25 کیلومتر بالاتر از سطح

خورشید 5580 K است. ★★★★★

(الف) با توجه به ساختار خورشید، شعاع خورشید را بدست آورید.

(ب) شعاع واقعی خورشید $6.96 \times 10^8 \text{ m}$ است، علت تفاوت بین مقدار واقعی و مقدار محاسبه شده را بیان کنید.

۵- (الف) اثبات کنید تعداد کهکشان‌ها در قرمزگرایی z برابر مقدار روبه‌رو است: $n(z) = n_0 (1 + z)^3$

(ب) احتمال مشاهده کردن یک کهکشان در قرمزگرایی z را محاسبه کنید. ★★

(ج) از احتمال بالا انتگرال بگیرید و احتمال مشاهده کردن یک کهکشان تا قرمز گرایی z را محاسبه کنید.

(د) احتمال مشاهده یک کهکشان تا $z=1$ را محاسبه کنید. تا چه قرمزگرایی مشاهده کنیم تا حتما یک کهکشان

ببینیم؟

(ه) تعداد دیفرانسیلی کهکشان‌ها $\left(\frac{dN}{dzd\Omega}\right)$ را بدست آورید.

(و) تعداد کل کهکشان‌ها را بدست آورید.

سوالات امتحان نهایی قسمت دوم (شهریور ۱۳۹۱):

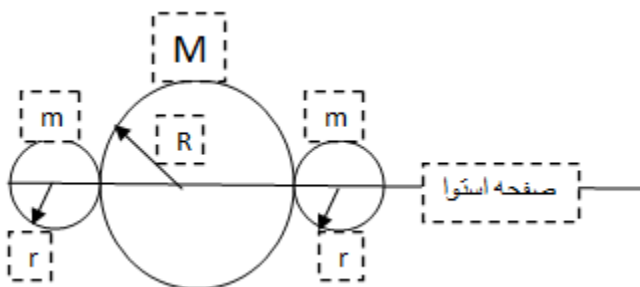
۱- شخصی در استوای زمین تصمیم می‌گیرد که به قطب شمال برود. این شخص با سرعتی ثابت، معادل سرعت چرخش زمین در استوا، به سمت شمال حرکت می‌کند به طوریکه طول جغرافیایی‌اش ثابت می‌ماند. دسته‌ای از ستارگانی را در نظر بگیرید که شخص هنگام شروع حرکت در ارتفاع 65.0° مشاهده می‌کند. ★★★★★
الف) بعد از چند دقیقه اولین ستاره از این دسته، برای شخص غروب خواهد کرد؟ میل این ستاره را محاسبه کنید.

ب) در این لحظه سمت غربی‌ترین ستاره از این دسته را بیابید.

ج) هنگامی که این شخص به قطب شمال رسید، چند درصد از ستارگان دسته‌ی مورد نظر در ارتفاع 15.0° قرار گرفته‌اند؟

۲- می‌دانیم که شعاع استوایی و شعاع قطبی زمین با هم تفاوت دارند و زمین پخ هست، بنابراین می‌توان یک تقریب زد و کره زمین را یک سیستم سه جرم مطابق شکل در نظر گرفت. ★★

$$R = 6380 \text{ km}, r = 100 \text{ km}, M = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}, m = ? \text{ kg}$$



الف) اثبات کنید دوره تناوب حرکت تقدیمی برابر $T = \frac{2\pi L \sin \varepsilon}{\tau}$ است، که L تکانه زاویه‌ای و τ گشتاور وارد بر سیستم و ε انحراف زاویه‌ای بین صفحه استوا و صفحه دایرة البروج است.

ب) تکانه زاویه‌ای زمین را محاسبه کنید.

ج) گشتاور ناشی از خورشید را محاسبه کنید.

د) می‌دانیم دوره تناوب حرکت تقدیمی زمین ۲۵۸۰۰ سال است، در این صورت مقدار m را بیابید.

۳- یک کهکشان کوتوله در هاله کهکشان راهشیری با مختصات کهکشانی ($l=288$, $b=-83$) و در فاصله ۵۲ کیلو پارسیک از مرکز کهکشان مشاهده شده است که به دور راهشیری می‌چرخد، اگر سرعت شعاعی نسبی کهکشان کوتوله نسبت به خورشید $110 \frac{km}{s}$ باشد.

الف) سرعت شعاعی واقعی کهکشان کوتوله را نسبت به خورشید بدست آورید. ★★

ب) جرم کهکشان راهشیری را بدست آورید.

ج) اگر سرعت پخشی در راستای شعاعی در کهکشان کوتوله، $\sigma_r = 2.9 \frac{km}{s}$ باشد، جرم کهکشان کوتوله را بدست آورید.

د) اگر قدر ظاهری کهکشان کوتوله ۱۳.۵۴ باشد، نسبت $\frac{M}{L}$ را برای آن بدست آورید.

ه) جرم درخشان کهکشان کوتوله را بدست آورید و نسبت آن را به L محاسبه کنید. آیا معقول است؟ چرا؟

امتحان تحلیل داده (شهریور ۱۳۹۱):

★★★ (توجه: امتحان تحلیل داده، ترجمه سوال زیر (سوال تحلیل داده جهانی برزیل) می‌باشد!)

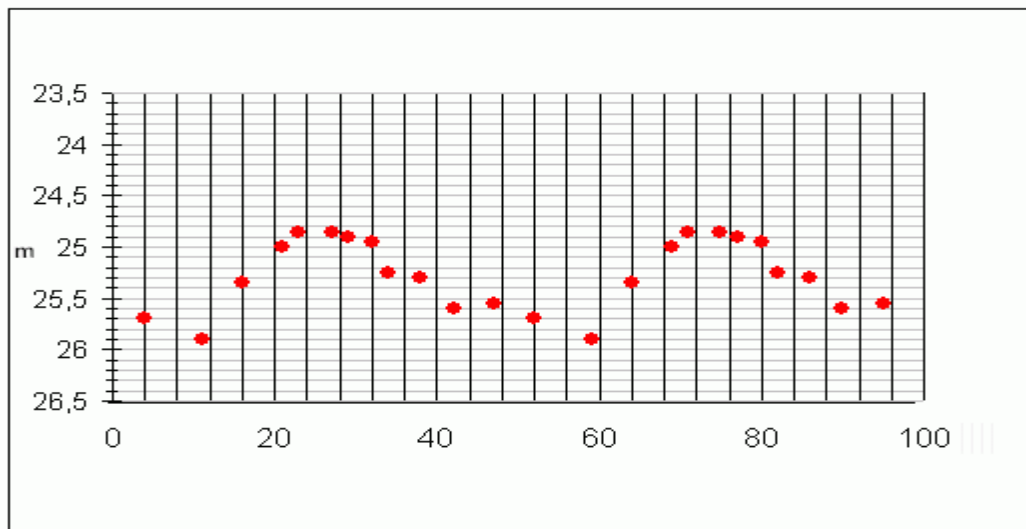
Cepheids are very bright variable stars whose mean absolute magnitudes are Functions of their pulsation periods. This allows astrophysicists to easily determine their intrinsic luminosities from the variation in their observed, apparent luminosities.

Below is a table with Cepheid data. P_0 is the pulsation period in days and $\langle M_V \rangle$ is the mean absolute visual magnitude.

Cepheid	P_0 (days)	$\langle M_V \rangle$
SU Cas	1.95	-1.99
V1726 Cyg	4.24	-3.04
SZ Tau	4.48	-3.09
CV Mon	5.38	-3.37
QZ Nor	5.46	-3.32
α UMi	5.75	-3.42
V367 Sct	6.30	-3.58
U Sgr	6.75	-3.64
DL Cas	8.00	-3.80
S Nor	9.75	-3.95
ζ Gem	10.14	-4.10
X Cyg	16.41	-4.69
WZ Sgr	21.83	-5.06
SW Vel	23.44	-5.09
SV Vul	44.98	-6.04

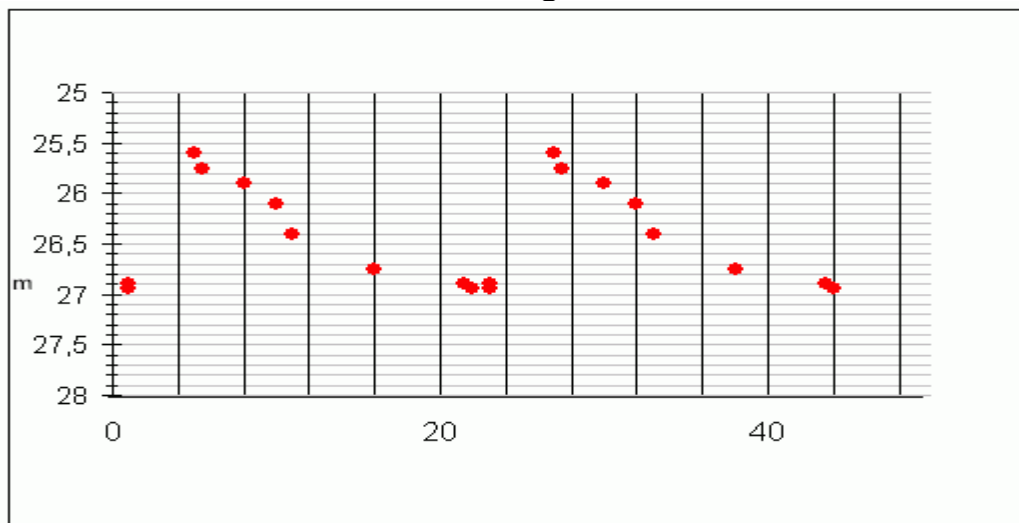
- 1) Plot all Cepheids in a scatter diagram. $\log_{10}(P_0)$ should be the abscissa and $\langle M_V \rangle$ should be the ordinate.
- 2) Fit, using least squares, a straight line to the $\langle M_V \rangle$ vs $\log_{10}(P_0)$ plot. This equation allows one to obtain the absolute magnitude from the pulsation period for any Cepheid.
- 3) Figures 1 and 2 show the light curves of two Cepheids. Use the available data to estimate the distances to each of these two Cepheids. Also estimate the uncertainty of the distance Determination (exact formulae are not necessary).
- 4) Comparing the difference between the distances of the two stars with the typical size of a Galaxy, would it be possible for these two stars to be in the same galaxy? Please mark "YES" () or "NO" ().

Figure 1



t (days)

Figure 2



t (days)