

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون پایان دوره نهمین دوره‌ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تحلیل داده‌ها

۱۸ شهریور ۱۳۹۲

مدت آزمون: ۱۵۰ دقیقه (۱۶:۳۰-۱۴:۰۰)

دفترچه‌ی سؤالات

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۲ سؤال دارد و وقت آن ۱۵۰ دقیقه است.
 - (۲) به همراه این دفترچه، پاسخ‌نامه و یک کاغذ رسم نمودار در اختیارتان قرار گرفته است.
 - (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
 - (۴) نام و نام خانوادگی خود را در دفترچه پاسخ‌نامه وارد کنید.
 - (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.

ح) کلبه‌ی حقوق این سؤال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.



سؤال اول:

ماهواره‌ای تحقیقاتی در مداری دایروی با زاویه‌ی تمایل i نسبت به صفحه‌ی استوا و طول گره صعودی Ω ، به دور زمین در گردش است. این ماهواره شار دریافتی از خورشید را در محدوده‌ی فراینش ثبت کرده و داده‌هایش را به ایستگاهی روی زمین مخابره می‌کند. جدول زیر تعدادی از نتایج ارسالی به ایستگاه را نشان می‌دهد. ستون‌ها، نشان‌دهنده‌ی شار اندازه‌گیری شده (F_{UV}) ، تاریخ ثبت آن توسط ماهواره و مختصات استوایی زمین-مرکزی ماهواره هنگام ثبت هر داده (α, δ) هستند. کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

- I) زاویه‌ی تمایل مداری (i) و طول گره صعودی ماهواره (Ω)
- II) شعاع مداری ماهواره (r) و خطایش (Δr) و درخشندگی خورشید در محدوده‌ی مورد مطالعه‌ی ماهواره (L_{UV}) و خطایش (ΔL_{UV})

فرض کنید، زمین در مداری دایروی به دور خورشید می‌گردد و از تغییرات درخشندگی خورشید طی زمان صرف نظر کنید.

لزومی به رسم نمودار نیست؛ ولی در صورت نیاز، برگه‌ای برای این کار در اختیارتان قرار می‌گیرد.

NO.	تاریخ ثبت داده	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$F_{UV}(w/m^2)$
1	1389/04/14	48.8	8.0	134.48
2	1389/07/12	278.5	-14.8	134.41
3	1389/07/25	-47.8	-13.6	134.37
4	1389/08/08	-14.9	-8.1	134.31
5	1389/09/04	48.7	8.0	134.28
6	1389/10/13	148.8	11.3	134.31
7	1389/10/26	181	4.2	134.32
8	1389/11/09	212.7	-4.1	134.40
9	1389/11/22	244.9	-11.3	134.42
10	1390/02/23	115.2	14.9	134.46
11	1390/03/05	148.6	11.3	134.42
12	1390/03/31	212.6	-4.1	134.33

**سؤال دوم:**

آلفا قنطورس (α Cen) سومین ستاره‌ی پرنور آسمان، در حقیقت یک ستاره‌ی دوتایی است^۱. این سیستم در فاصله‌ی ۱.۳۴ پارسکی از خورشید قرار دارد که آن را نزدیک‌ترین سامانه‌ی ستاره‌ای به منظومه‌ی شمسی نیز می‌کند.

برای بررسی این دوتایی، موقعیت نسبی همدم نسبت به ستاره‌ی اصلی طی چندین سال ثبت شده‌است. در جدول صفحہ‌ی بعد، زاویه‌ی موقعیت و جدایی زاویه‌ای دو ستاره را مشاهده می‌کنید. داده‌ها به ترتیب زمان رصد مرتب شده‌اند و زمان رصد داده‌ی ۱۸ و ۲۲ به ترتیب سال ۱۳۷۹ و ۱۳۸۹ شمسی است.

(۱) در برگه‌ای که در اختیارتان قرار گرفته‌است، موقعیت ستاره‌ی اصلی و جهت شمال و شرق از دید ناظر زمینی مشخص شده‌اند. با توجه به شکل زیر و با استفاده از داده‌های جدول، مکان نسبی همدم را در زمان‌های مختلف، روی برگه علامت بزنید.



با توجه به مدار ظاهری رسم‌شده:

(۲) خروج از مرکز مدار واقعی (e) و دوره‌ی تناوب سیستم (T) بر حسب سال را محاسبه کنید.

^۱ البته حدس زده می‌شود که پروکسیما قنطورس نیز از لحاظ گرانشی به این سیستم وابسته باشد.



شماره	زاویه‌ی موقعیت (درجه)	جدایی زاویه‌ای (میلی ثانیه‌ی قوسی)
1	-99	1012
2	-71	817
3	0	1417
4	15	1987
5	19	2071
6	24	1988
7	38	1077
8	176	775
9	-173	1152
10	-163	2195
11	-159	2989
12	-154	3940
13	-151	4312
14	-149	4302
15	-147	4154
16	-146	3952
17	-142	3375
18	-138	2815
19	-130	2094
20	-124	1714
21	-121	1560
22	-115	1337



بعضی روابط و ثوابت سودمند:

$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	جرم زمین ($M_{\oplus}$)
$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$	واحد نجومی (AU)
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	ثابت جهانی گرانش (G)
23.5°	زاویه‌ی تمایل دایره‌البروج نسبت به استوا (ε)
365.25 days	سال نجومی

برای برازش خط معمولی:

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

$$d_i = y_i - mx_i - b$$

$$(\Delta m)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-2}$$

$$(\Delta b)^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-2}$$

برای برازش خط مبدأگذر:

$$y = mx$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$(\Delta m)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-1}$$

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون پایان دوره نهمین دوره‌ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تئوری رصد
۱۶ شهریور ۱۳۹۲
مدت آزمون: ۷۵ دقیقه (۱۱:۱۵ - ۱۰:۰۰)

دفترچه‌ی سؤالات

-
- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۲ سؤال دارد و وقت آن ۷۵ دقیقه است.
 - (۲) به همراه دفترچه‌ی پاسخ‌نامه، یک نقشه، شکل، خط‌کش و نقاله در اختیار شما قرار گرفته است.
 - (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
 - (۴) نام و نام‌خانوادگی خود را در دفترچه پاسخ‌نامه بنویسید.
 - (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.

© کلیه حقوق این سؤال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

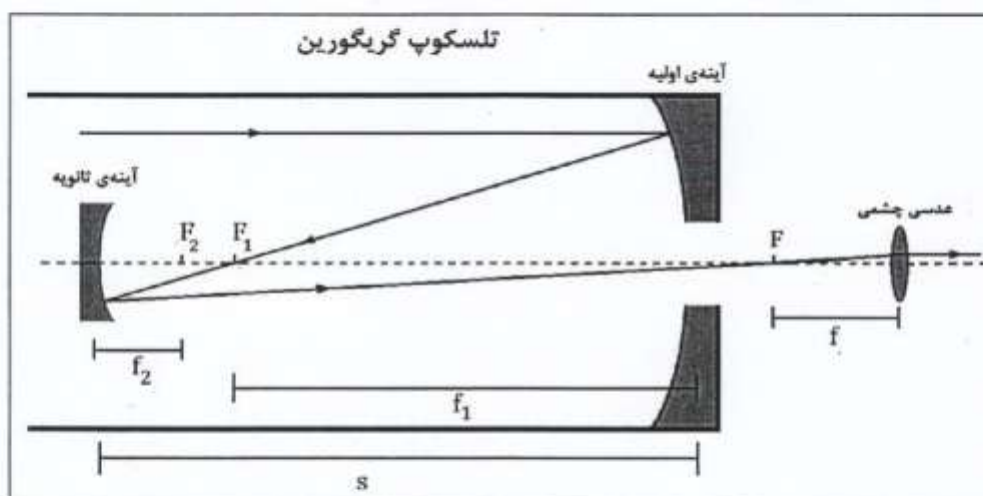
سوال یک : (100 نمره)

شکل زیر طرحی از تلسکوپ گریگورین را نشان می دهد. این تلسکوپ از دو آینه ی مقعر تشکیل شده است. همان طور که می بینید پرتویی از ستاره که به موازات محور اپتیکی تلسکوپ دریافت شده، پس از برخورد به آینه ی اولیه در کانون آن (F_1) متمرکز شده و در ادامه با بازتاب از آینه ی ثانویه در کانون عدسی چشمی (F) فرود می آید. فاصله ی کانونی آینه ی اولیه، ثانویه و عدسی چشمی به ترتیب f_1 ، f_2 و f و فاصله ی دو آینه از یکدیگر S است. الف) بزرگنمایی زاویه ای این تلسکوپ (m_1) را بر حسب f_1 ، f_2 و f و S بیابید. و مشخص کنید، تصویر مستقیم دیده می شود یا وارونه.

راهنمایی: برای آینه های خمیده به تقریب، رابطه ی زیر برقرار است:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

که در آن p فاصله ی جسم تا آینه، q فاصله ی تصویر تا آینه و f فاصله ی کانونی آینه است.

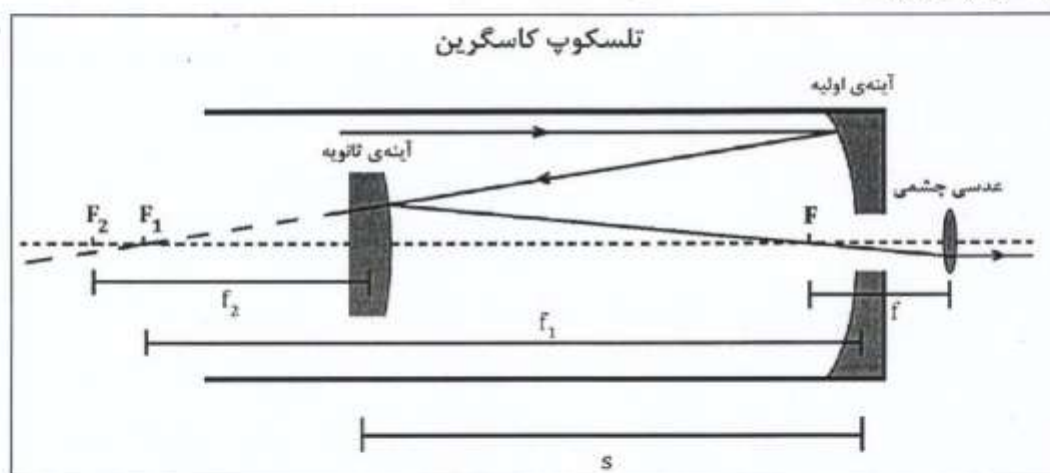


با تعویض آینه ی ثانویه ی تلسکوپ گریگورین با یک آینه ی محدب، تلسکوپ کاسگرین حاصل می شود که طرحی از آن را در شکل صفحه ی بعد می بینید. در این حالت پرتوی موازی محور اپتیکی با رسیدن به آینه ی اولیه به سمت کانون آن (F_1) بازتاب می شود ولی در راه با آینه ی ثانویه برخورد کرده و به سمت کانون عدسی چشمی (F) بازتاب می شود. فاصله ی کانونی آینه ی اولیه، ثانویه و عدسی چشمی به ترتیب f_1 ، f_2 و f و فاصله ی دو آینه از یکدیگر S است.





ب) بزرگ‌نمایی زاویه‌ای این تلسکوپ (m_1) را بر حسب f_1 , f_2 , f و S بیابید. و مشخص کنید، تصویر مستقیم دیده می‌شود یا وارونه.



سوال دو : (100 نمره)

منجمی با استفاده از یک تلسکوپ شکستی 150 میلی‌متری و نسبت کانونی $f/7$ که دارای مقر سمت-ارتفاعی است، یک سحابی را رصد می‌کند.

او ابتدا سحابی را در مرکز میدان دید تلسکوپ قرار داده و پیچ‌های سمت و ارتفاع را محکم می‌کند. پس از $20^s 2^m$ بدون این‌که راستای تلسکوپ را تغییر دهد، مجدداً سراغ تلسکوپ رفته و تصویری را که در شکل مربوط به این سؤال آورده شده‌است، مشاهده می‌کند. راستای افقی در شکل موازی راستای افق منجم می‌باشد. در این رصد، او چشمی 22 میلی‌متری با میدان‌دید ظاهری 70 درجه به‌کار برده و آن را مستقیماً (بدون چپقی) به تلسکوپ وصل کرده‌است.

نقشه‌ای که به شما داده شده‌است، نقشه‌ای از آسمان این منجم است. در مرکز نقشه سمت‌الرأس وی قرار دارد و علاوه بر خطوط هم‌سمت و هم‌ارتفاع، خطوط هم‌میل نیز نمایش داده شده‌است. تمامی این خطوط با فاصله‌ی 10 درجه نسبت به هم رسم شده‌اند.

الف) جهت شمال، غرب و سمت‌الرأس را بر روی شکل نشان دهید.

ب) میل این سحابی و سمت نقطه‌ای که تلسکوپ به طرف آن نشانه رفته‌است را برحسب درجه به‌دست آورید. راستای تلسکوپ را در نقشه با علامت + مشخص کنید.

ج) با استفاده از نقشه، ارتفاع نقطه‌ای که تلسکوپ به سمت آن نشانه رفته‌است را برحسب درجه بیابید.

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون پایان دوره نهمین دوره‌ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تئوری (نوبت اول)

۱۷ شهریور ۱۳۹۲

مدت آزمون: ۲۲۵ دقیقه (۱۲:۴۵ – ۹:۰۰)

دفترچه‌ی سؤالات

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۵ سؤال دارد و وقت آن ۲۲۵ دقیقه است.
 - (۲) به همراه دفترچه‌ی پاسخ‌نامه، یک خط‌کش در اختیار شما قرار گرفته است.
 - (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
 - (۴) نام و نام خانوادگی خود را در دفترچه پاسخ‌نامه بنویسید.
 - (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.

© کلیه حقوق این سؤال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

6.67×10^{-11}	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$		G ثابت جهانی گرانش
5.67×10^{-8}	$\text{Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$		σ ثابت استفان بولتزمن
6.63×10^{-34}	Js^{-1}		h ثابت پلانک
3.00×10^8	Ms^{-1}		c سرعت نور
1.38×10^{-23}	JK^{-1}		K ثابت گازها
3.06×10^{16}	m		pc پارسک
6.96×10^8	m		$R_{\odot}$ شعاع خورشید
6.38×10^6	m		$R_{\oplus}$ شعاع زمین
1.99×10^{30}	kg		$M_{\odot}$ جرم خورشید
5.97×10^{24}	kg		$M_{\oplus}$ جرم زمین
5.79×10^3	K		$T_{\odot}$ دمای خورشید
3.85×10^{26}	W		$L_{\odot}$ درخشندگی خورشید
1.67×10^{-27}	kg		جرم هیدروژن
1.60×10^{-19}	J		eV الکترون ولت



1 | کمیته‌ی نجوم و اخترفیزیک معاونت دانش‌پژوهان جوان

سوال یک: (100 نمره)

میون‌هایی که در جو و از بهمن‌های هوایی به وجود می‌آیند، در بازه‌ی وسیعی از انرژی قرار می‌گیرند. این میون‌ها در طول مسیرشان به روش‌های مختلف انرژی از دست می‌دهند. یکی از این موارد یونیزاسیون محیط است که اتلاف ناشی از آن، یکنواخت و مستقل از مقدار انرژی است. برخورد ذره با اتم‌های موجود در جو، تابش ترمزی و تولید زوج از عوامل دیگر اتلاف هستند که با انرژی به صورت خطی تغییر می‌کنند. در مجموع، کل اتلاف را می‌توان به شکل زیر مدل کرد:

$$\frac{dE}{dx} = -\alpha - \frac{E}{\xi}$$

در این رابطه $\xi = 2.5 \times 10^5 \text{ gr/cm}^2$ و $\alpha = 2 \text{ MeV/(gr/cm}^2\text{)}$ است.

عمق مادی به شکل $x = -\int \rho dz$ تعریف می‌شود که در آن z ارتفاع از سطح دریا، ρ چگالی جو زمین و برابر $\rho = \rho_0 \exp(-z/h_0)$ است که h_0 تقریباً 8400 متر و ρ_0 چگالی جو در فشار یک اتمسفر و برابر 1.21 kg/m^3 است.

الف) عمق مادی تا سطح دریا را بر حسب gr/cm^2 محاسبه کنید.

ب) تابعیت انرژی میون ($E(x)$) را بر حسب عمق مادی، انرژی اولیه میون (E_0) و دیگر پارامترها بیابید.

ج) کمترین انرژی اولیه میون را برای رسیدن به عمق مادی X حساب کنید.

برای مشاهده‌ی نوترینوهای پر انرژی، آزمایشگاه IceCube در قطب جنوب راه‌اندازی شده‌است. آشکارسازهای این آزمایشگاه در عمق 1450 متر تا 2820 متر زیر سطح یخ‌های قطبی نصب شده‌اند. میون‌های جوی موجب ایجاد نویز در این آشکارسازها می‌شوند.

د) کمترین انرژی میونی (E_{min}) که بتواند توسط آشکارسازهای این آزمایشگاه ثبت شود، را بر حسب MeV تخمین بزنید؟ چگالی متوسط یخ را 1 gr/cm^3 در نظر بگیرید.

سوال دو: (100 نمره)

با تقریب، شکل زمین شبیه به یک کره یخ است و می‌توان سطح آن را یک بیضی گون به معادله‌ی

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$$

با $a = b = 6378 \text{ km}$ و $c = 6357 \text{ km}$ در نظر گرفت. فرض کنید، چگالی جرمی زمین یکنواخت بوده و نیروی گرانشی دیگر اجرام سماوی تنها بر روی حرکت مرکز جرم زمین تأثیر می‌گذارد و هیچ‌گونه گشتاوری ایجاد نمی‌کند.



الف) مختصات جغرافیایی ناظری در $(a, 0, 0)$ پس از چه مدت به حالت قبلی باز می گردد؟

ب) چرخش زمین را تحلیل کرده و معادلاتی را که منجر به یافتن بازه‌ی تغییرات عرض جغرافیایی ناظر مستقر در مختصات $(a, 0, 0)$ می شود، بیابید.

معادلات اوپلر:

$$(I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 - I_1\dot{\omega}_1 = 0$$

$$(I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 - I_2\dot{\omega}_2 = 0$$

$$(I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 - I_3\dot{\omega}_3 = 0$$

سرعت زاویه‌ای جسم برحسب زوایای اوپلر و مشتقات آن‌ها:

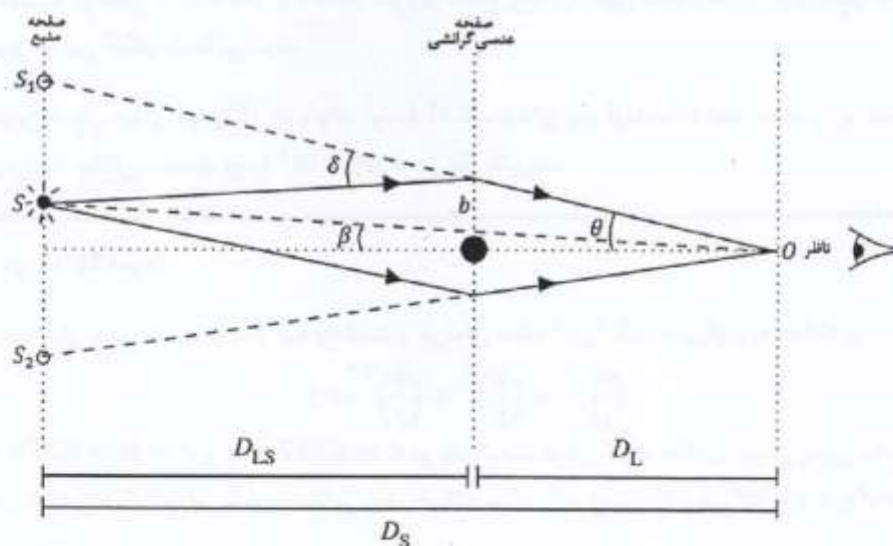
$$\omega_1 = \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi$$

$$\omega_2 = \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi$$

$$\omega_3 = \dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}$$

سوال سه: (100 نمره)

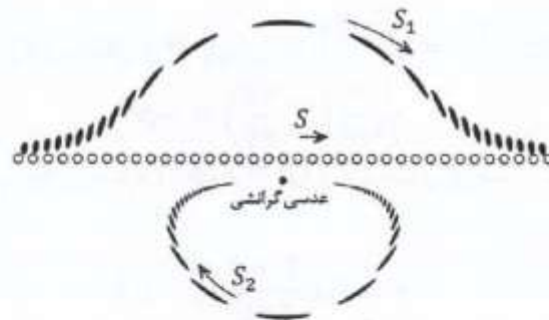
بر اساس نظریه‌ی نسبیت عام، نور منابع دور دست درخشان به هنگام عبور از کنار اجرام پرجرمی که عدسی گرانشی نام دارند به اندازه‌ی $\delta = \frac{4GM}{bc^2}$ منحرف می‌شود که در آن M جرم عدسی گرانشی، G ثابت جهانی گرانش، c سرعت نور و b نزدیکترین فاصله‌ی پرتو نور از عدسی گرانشی می‌باشد. مطابق شکل زیر اگر عدسی گرانشی و منبع هم‌راستا نباشند، این انحراف موجب تشکیل دو تصویر S_1 و S_2 از منبع S می‌شود.



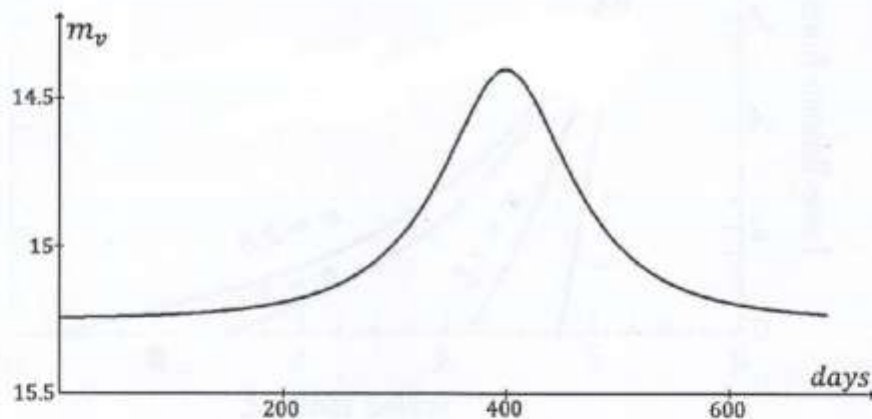


3 | کمیته نجوم و اخترفیزیک معاونت دانش پژوهان جوان

تصویر زیر از صفحه‌ی آسمان ناظر، افزایش سطح تصاویر نسبت به سطح منبع (S) را در اثر حرکت خاصه نشان می‌دهد. اگر تلسکوپ های زمینی قادر به تفکیک این تصاویر نباشند، با بررسی تغییرات قدر ظاهری منبع می‌توان در مورد عدسی گرانشی اطلاعاتی کسب کرد. از آنجایی که روشنایی سطحی در اثر تشکیل تصویر ثابت می‌ماند ضریب افزایش شدت نور برابر نسبت مساحت هر المان از تصویر به مساحت المان متناظر در منبع می‌باشد. توجه کنید که المان سطح، در صفحه‌ی آسمان ناظر در نظر گرفته می‌شود.



داده‌های حاصل از فوتومتری، برای یک ستاره در فاصله‌ی 50 کیلو پارسک (D_S)، قدر ظاهری مرئی آن را بر حسب زمان در نمودار زیر نشان می‌دهد. فرض کنید تغییرات قدر این ستاره تنها به دلیل عبور آن از کنار یک سیاهچاله (عدسی گرانشی) باشد. با توجه به حرکت خاصی این ستاره تخمین زده می‌شود که کمترین فاصله‌ی زاویه ای آن از سیاهچاله نیم میلی ثانیه کمانی باشد.



اگر فاصله‌ی سیاهچاله از راصد زمینی 35 کیلوپارسک (D_L) باشد؛ با توجه به داده‌های مساله، جرم سیاهچاله را به دست آورید.

(توجه کنید که برای زوایای کوچکی مثل x می‌توان نوشت: $\sin x \approx x$, $\tan x \approx x$)

سوال چهارم: (100 نمره)

یک ستاره‌ی رشته‌ی اصلی را با جرم $0.4M_{\odot}$ و شعاع $R_{\odot}$ که متشکل از گاز ایده‌آل تک‌اتمی است، در نظر بگیرید. در این ستاره‌ی کم‌جرم، فرایند غالب در انتقال انرژی به‌طور کامل همرفت است؛ بنابراین می‌توانیم گرادیان دمای درون ستاره را با گرادیان دمای آدیاباتیک برابر فرض کنیم. علی‌الاصول گاز درون این ستاره رفتار پلی‌تروپیک خواهد داشت.

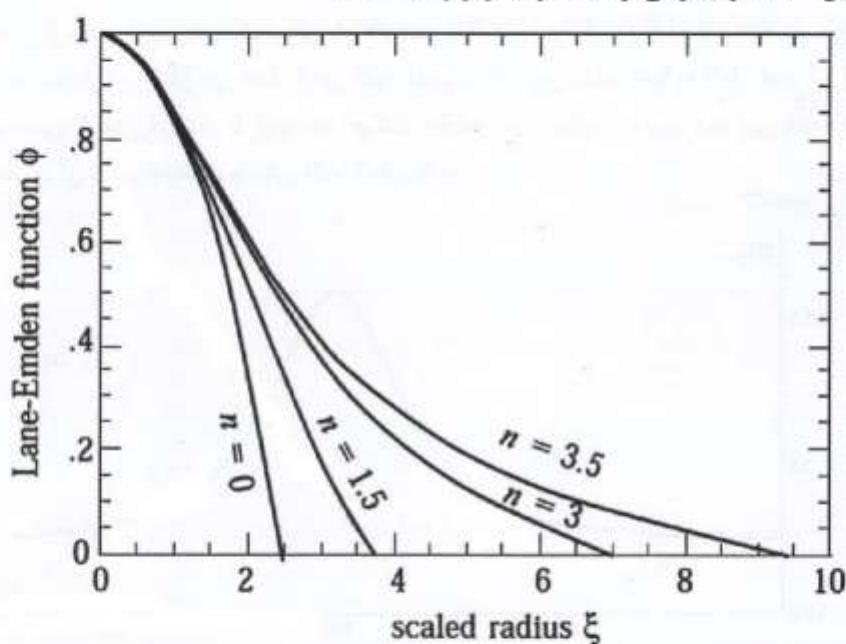
معادله‌ی لین-امدن برای ستارگان متشکل از گاز پلی‌تروپیک $(P = \kappa \rho^{1+\frac{1}{n}})$ به شکل زیر داده می‌شود:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\phi}{d\xi} \right) = -\phi^n$$

که در آن ϕ پارامتری برحسب چگالی ستاره $(\rho = \rho_c \phi^n)$ و ξ پارامتری برحسب شعاع ستاره (r) است که چنین تعریف می‌شود:

$$r = \xi \left(\kappa \frac{1+n}{4\pi G} \rho_c^{\frac{1}{n}-1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

حل عددی این معادله برای برخی از n ها در شکل زیر آمده است.



با توجه به معادله‌ی لین-امدن و با فرض اینکه کل ستاره از هیدروژن یونیزه تشکیل شده است، شعاع هسته‌ی ستاره را به‌دست آورید.

هسته‌ی ستاره ناحیه‌ای است که در آن به دلیل هم‌جوشی هسته‌ای انرژی تولید می‌شود. هم‌جوشی هسته‌ای در دمای 1.5×10^6 کلوین آغاز می‌شود.





سوال پنج: (100 نمره)

ایستگاه فضایی بین‌المللی، مجموعه‌ی بزرگ سرنشین‌داری است که با همکاری چندین کشور ساخته شده و در مداری حول زمین در گردش است. از آغاز اولین مأموریت، فضانوردان متعددی در این ایستگاه حضور یافته و به انجام پژوهش‌ها و آزمایش‌هایی مشغول بوده‌اند.

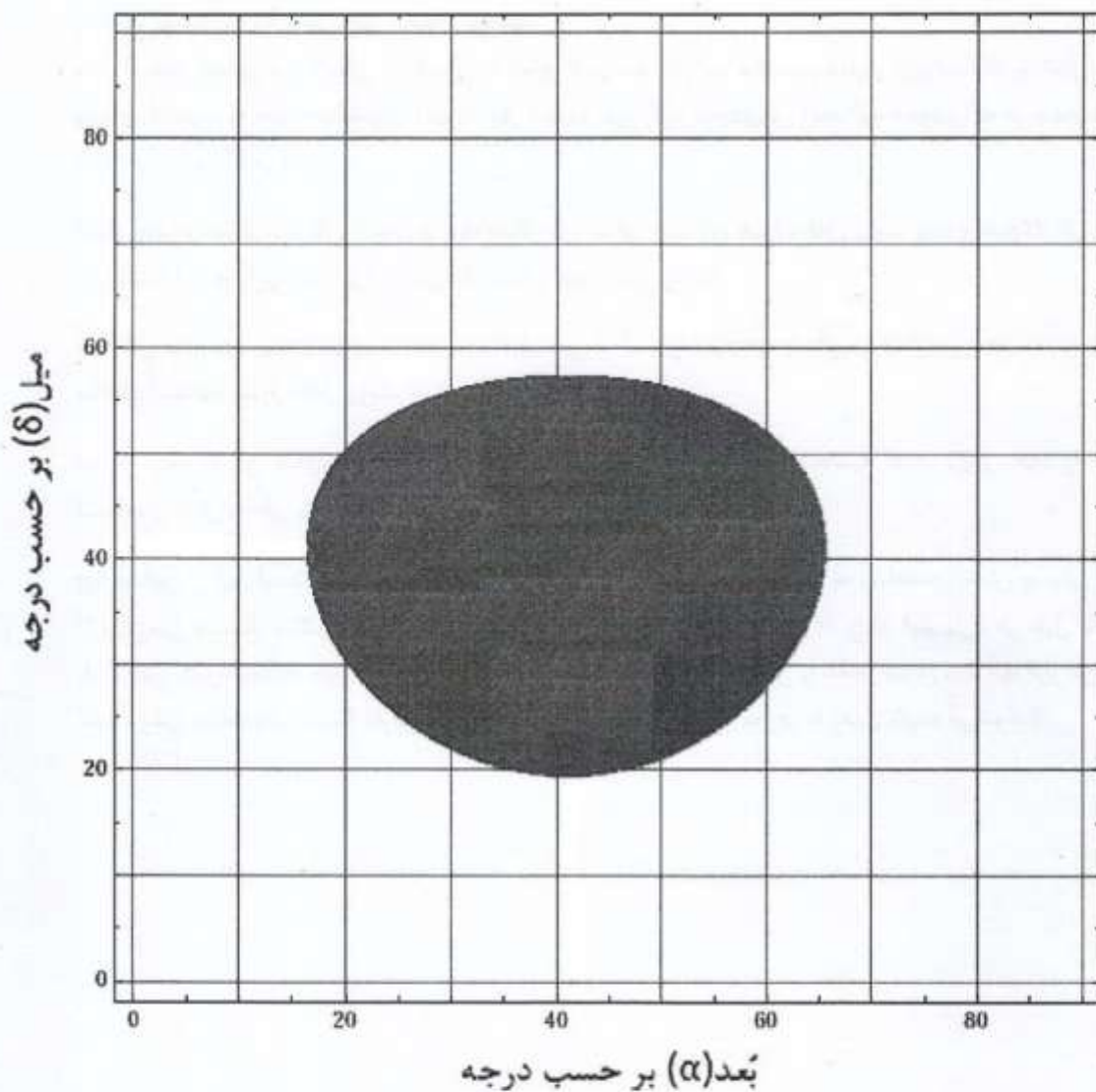
مدار ایستگاه فضایی بین‌المللی را دایره‌ای با شعاع r در نظر بگیرید. صفحه‌ی مداری این ایستگاه به اندازه‌ی زاویه‌ی Ω نسبت به صفحه‌ی استوای زمین، مایل است و طول گره صعودی‌اش (بعد گره صعودی که در صفحه‌ی استوا قرار دارد) Ω می‌باشد.

الف) چند درصد از ستارگان آسمان از دید فضانوردان ساکن ایستگاه، همواره قابل رؤیت بوده و هیچگاه غروب نمی‌کنند؟ (پاسخ را برحسب پارامترهای ذکر شده و ثوابت بیان کنید).

در شکل صفحه‌ی بعد، ناحیه‌ی مشخص شده قسمتی از آسمان نیم‌کره‌ی شمالی را نشان می‌دهد که توسط ساکنان ایستگاه، همواره قابل رؤیت است.

ب) با توجه به این شکل، پارامترهای مداری ایستگاه فضایی (i, Ω, r) را محاسبه کنید. (روش خود را در استفاده از شکل به طور شفاف شرح دهید)

ج) فضانوردان این ایستگاه به دلیل ارتفاع زیادی که از سطح زمین دارند، قادر به مشاهده‌ی بخش وسیعی از کره‌ی زمین هستند. هنگامی که خورشید در نقطه‌ی انقلاب تابستانی ($\delta_{\odot} = 23.5^\circ$) قرار دارد، در طول یک بار گردش کامل ایستگاه حول زمین، فضانوردان چند دقیقه آن بخش از زمین را که در مقابل دید آنها قرار دارد، کاملاً روشن مشاهده می‌کنند؟ (فرض کنید پرتوهای خورشید به صورت موازی به زمین تابیده می‌شوند).



به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان
مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون پایان دوره نهمین دوره‌ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تئوری (نوبت دوم)

۱۷ شهریور ۱۳۹۲

مدت آزمون: ۱۶۵ دقیقه (۱۷:۳۰ - ۱۴:۴۵)

دفترچه‌ی سؤالات

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۵ سؤال دارد و وقت آن ۱۶۵ دقیقه است.
 - (۲) به همراه دفترچه‌ی پاسخ‌نامه، یک خط‌کش در اختیار شما قرار گرفته است.
 - (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
 - (۴) نام و نام‌خانوادگی خود را در دفترچه پاسخ‌نامه بنویسید.
 - (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.

(ح) کلیه حقوق این سؤال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

6.67×10^{-11}	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$		G ثابت جهانی گرانش
6.63×10^{-34}	Js^{-1}		h ثابت پلانک
3.00×10^8	Ms^{-1}		c سرعت نور
1.38×10^{-23}	JK^{-1}		K ثابت گازها
3.06×10^{16}	m		pc پارسک
6.96×10^8	m		$R_{\odot}$ شعاع خورشید
1.99×10^{30}	kg		$M_{\odot}$ جرم خورشید
5.97×10^{24}	kg		$M_{\oplus}$ جرم زمین
365.2422	day		سال اعتدالی
27.3216	day		ماه نجومی
23.5°			ε زاویه‌ی تمایل مداری زمین
			نسبت به استوا



سؤال یک: (100 نمره)

در فازهای اولیه شکل گیری قرص های پیش ستاره ای، بر خلاف قرص های برافزایشی معمول که گاز برافزایشی کاملاً یونیده است، گاز خنثی از ابر مولکولی به روی پیش ستاره برافزایش می کند. این گاز متشکل از مولکولهای هیدروژن H_2 و ذرات گردوغبار است. تابش ایجاد شده ناشی از برافزایش گاز، فشاری بر ذرات غبار وارد می کند که این نیرو نیز به واسطه ی برهم کنش گاز با ذرات غبار (drag force) به کل گاز منتقل می شود. این فرآیند باعث ایجاد یک حد تابشی بیشینه در این قرص ها می شود که شبیه حد تابشی ادینگتون است.

فرض کنید گاز H_2 به صورت کروی به روی پیش ستاره ای با جرم M برافزایش می کند، هم چنین نسبت چگالی غبار به چگالی گاز $\epsilon = \frac{\rho_{dust}}{\rho_{gas}} = cte \ll 1$ است و ذرات غبار، کروی شکل با شعاع s و چگالی ρ_{int} هستند.

الف) رابطه ای برای حد تابشی بیشینه در این سیستم بر حسب $M, \epsilon, s, \rho_{int}$ و ثوابت فیزیکی به دست آورید.

ب) این حد را برای $M = M_{\odot}, s = 1 \mu m, \rho_{int} = 1 gr/cm^3, \epsilon = 10^{-2}$ محاسبه کنید. این حد چه قدر با حد ادینگتون کلاسیک تفاوت دارد؟

سؤال دو: (100 نمره)

در سال 1958، "دی وکولور" به کمک دو مؤلفه ی مجزا، اقدام به توصیف کهکشان آندرومدا کرد:

- مؤلفه ی دیسک؛ که روشنایی سطحی آن به صورت نمایی و با طول مقیاس 26 دقیقه ی قوسی است. همچنین روشنایی سطحی در مرکز دیسک و در باند آبی $B(0) = 21.7 \text{ magnitude} \cdot \text{arcsec}^{-2}$ است.

- مؤلفه ی برآمدگی؛ که با قانون توانی $r^{1/4}$ و با شعاع مؤثر $R_e = 17.5$ دقیقه ی قوسی است. مقدار روشنایی سطحی در باند آبی و در شعاع R_e برابر است با $B_e = 22.86 \text{ magnitude} \cdot \text{arcsec}^{-2}$. فرض کنید فاصله ی کهکشان از ما 750 کیلوپارسک است و میزان تغییر رنگ برابر است با $E(B - V) = 0.062$. قدر مطلق دیسک آندرومدا و قدر مطلق برآمدگی آندرومدا در باند آبی چقدر است؟ کدام مؤلفه درخشان تر است؟

راهنمایی: فرض کنید، کهکشان به صورت رخ-نما (face-on) دیده می شود و میزان خاموشی در باند آبی برابر است با $A_B = 4.1 E(B - V)$

هم چنین:

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} x^7 dx = \frac{7!}{a^8}$$

معادله ی زیر در صورت سوال جا مانده بود:

$$\log\left(\frac{I}{I_e}\right) = -3.33 \left[\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right]$$



ناوش یا رقص محوری

زمین را در حالی که تحت نیروهای جاذبه‌ی خورشید و ماه قرار دارد و به تندی حول محور خود در حال چرخش است در نظر بگیرید. اگر زمین به شکل کره بود و چگالی مواد آن در هر نقطه به فاصله‌ی آن از مرکز بستگی داشت، امتداد جاذبه‌ی خورشید و ماه از مرکز زمین می‌گذشت و علتی برای تغییر جهت محور چرخشی وجود نمی‌داشت. اما در واقع زمین یک کره‌وار، و استوا صفحه‌ی اصلی آن است و چون خورشید و ماه، جز در دو نوبت در دوره‌های مداری‌شان که میل آن‌ها صفر می‌شود، در صفحه استوا واقع نیستند امتداد جاذبه‌ی گرانشی آن‌ها از مرکز زمین نمی‌گذرد و بنابراین نیروهای گرانشی حول مرکز زمین گشتاور خواهند داشت. بر اثر این گشتاور نایکنواخت، نقطه‌ی اعتدال بهاری γ ، حرکت رجوعی در راستای دایره البروج دارد، که آن را حرکت تقدیمی قمری-خورشیدی می‌نامند، که حدود دوسوم این اثر از ماه و بقیه از خورشید ناشی می‌شود. با فرض ثابت بودن تغییرات طول سماوی نقطه‌ی اعتدالی در یک سال، شاید بتوان آن را با مقدار تقریباً $50''$ در سال که به گردش نقطه‌ی اعتدالی به دور دایره البروج در دوره‌ی تقریباً 26000 سال منجر می‌شود، متناظر دانست. از تأثیرات گرانشی دیگر اجرام صرف نظر کنید و مدار زمین به دور خورشید و مدار ماه به دور زمین را دایروی در نظر بگیرید و میل مداری ماه را صفر فرض کنید (در واقع صفحه‌ی مداری ماه را منطبق بر دایره البروج فرض کنید).

الف) با تقریب، شکل زمین شبیه به یک کره یخ است و می‌توان سطح آن را یک بیضی‌گون به معادله‌ی

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$$

با $a = b = 6378 \text{ km}$ و $c = 6357 \text{ km}$ در نظر گرفت. با فرض اینکه چگالی جرمی زمین یکنواخت است و بردار ω در راستای محور z قرار دارد، بردار تکانه زاویه‌ای زمین را در دستگاه جسمی بیابید.

ب) با توجه به تغییرات طول سماوی نقطه‌ی اعتدالی در یک سال، اندازه‌ی متوسط گشتاور قمری-خورشیدی را به دست آورید.

ج) با کمی تامل می‌توان متوجه شد که گشتاور نیروهای گرانشی ماه و خورشید همیشه در جهتی است که باعث حرکت ساعتگرد اعتدال بهاری می‌گردد ولی با سرعتی نایکنواخت. با توجه به داده‌ها و فرض‌های مطرح شده در سؤال شکل تابع اندازه‌ی گشتاور نیروی نایکنواخت قمری-خورشیدی را بیابید.

توجه: سعی کنید این رابطه در حد امکان ساده باشد در ضمن این رابطه، تابعی پیوسته و مشتق پذیر بر حسب زمان از ترکیب توابع مقدماتی و مثلثاتی باشد. می‌توانید دامنه‌ی توابع و ثوابت موجود در شکل تابع را به صورت کمیته مجهول بنویسید.



3 | کمیته نجوم و اخترفیزیک معاونت دانش پژوهان جوان

د) با توجه به بخش (ب) و شکل تابعی که در بخش پیش به دست آوردید کمیته های مجهول موجود در تابع تان را محاسبه کنید.

و) با توجه به این که اگر گشتاور نیروها را ثابت فرض کنیم نقطه ای اعتدال بهاری با سرعت زاویه ای یکنواخت تقریباً 50'' در سال در جهت ساعتگرد بر روی دایره البروج حرکت می کند، تابع سرعت زاویه ای حرکت اعتدال بهاری را بر حسب تابعی که در قسمت قبل یافتید، بیابید.

ه) در 20000 سال آینده اگر بخواهیم از بین دو ستاره ی زیر یکی را به عنوان ستاره قطبی انتخاب کنیم ، کدام یک بهتر است؟
توجه: طول و عرض سماوی گزارش شده مربوط به زمان حال می باشد و از حرکت خاصی ستاره ها صرف نظر کنید.

نام ستاره	طول سماوی	عرض سماوی
HIP70474	163° 51.944'	67° 30.823'
HIP70952	164° 15.239'	68° 11.149'

ی) در طی 6500 سال آینده، کدام یک از این دو ستاره گزینه ی بهتری برای انتخاب ستاره قطبی است؟
توجه: طول و عرض سماوی گزارش شده مربوط به زمان حال می باشد و از حرکت خاصی ستاره ها صرف نظر کرده و از تقریب های مناسب استفاده کنید.

نام ستاره	طول سماوی	عرض سماوی
Alfirk	35° 44'	71° 9'
Er Rai	60° 17'	64° 40'



4 | کمیته‌ی نجوم و اختر فیزیک معاونت دانش پژوهان جوان

سؤال چهار: (100 نمره)

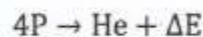
در شبیه‌سازی قرص‌های کهکشان معمولاً همه‌ی ذرات را در یک صفحه‌ی دو بعدی محدود می‌کنند. فرض کنید، در یک قرص کهکشانی دوبعدی N ستاره در واحد سطح موجود است و جرم متوسط ذرات m و سرعت متوسط آنها v است.

الف) زمان واهلش (relaxation time) به مدت زمانی گفته می‌شود که انرژی یک ذره به اندازه‌ی خودش تغییر کند. زمان واهلش را برای این توزیع به دست آورید.

ب) با این فرض که چگالی جرمی این قرص مقدار ثابتی است و هنگامی که دو ذره در کم‌ترین فاصله از یکدیگرند، انرژی جنبشی و پتانسیل هر دو یکسان است، عبارت زمان واهلش را به دست آورید. مقدار عددی آن را برای کهکشانی مانند راه شیری برآورد کنید.

سؤال پنج: (70 نمره)

انرژی تولید شده در خورشید توسط همجوشی چهار پروتون و تبدیل آن‌ها به یک هلیوم به دست می‌آید:



الف) بدون در نظر گرفتن اثرات کوانتومی، حداقل دمای لازم برای برخورد دو پروتون و همجوشی آن‌ها چقدر است؟ حداقل فاصله برای این رخداد یک فمتومتر است ($1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$).

ب) دمای هسته‌ی خورشید را T در نظر گرفته و مقدار تکانه‌ی این پروتون نوعی را در خورشید محاسبه کنید. و با استفاده از اصل عدم قطعیت ($\Delta p \Delta x \geq h$)، عدم قطعیت در مکان پروتون را محاسبه کنید.

ج) با استفاده از اصل عدم قطعیت ($\Delta p \Delta x \geq h$) کمترین دمایی را که امکان همجوشی در هسته‌ی خورشید وجود دارد را محاسبه کنید.

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون میان دوره ی دوم نهمین دوره ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تحلیل داده ها
۲۲ مرداد ۱۳۹۲
مدت آزمون: ۱۸۰ دقیقه (۱۲:۰۰ – ۹:۰۰)

دفترچه ی سؤالات

-
- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:
- (۱) این آزمون ۲ سؤال دارد و وقت آن ۱۸۰ دقیقه است.
 - (۲) به همراه این دفترچه، پاسخ نامه و ۳ کافذ رسم نمودار در اختیاران قرار گرفته است.
 - (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
 - (۴) نام و نام خانوادگی خود را در دفترچه پاسخ نامه وارد کنید.
 - (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع می باشد.

© کلیه ی حقوق این سوال ها برای معاونت دانش پژوهان جوان محفوظ است.

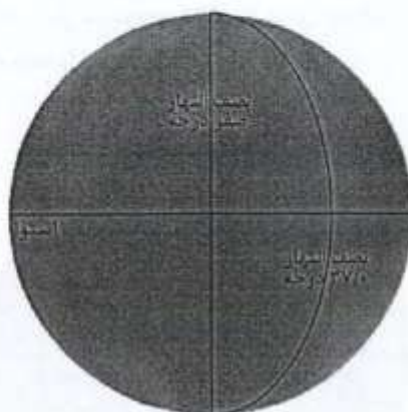


سؤال اول:

یک سفینه‌ی تحقیقاتی در فاصله‌ی نسبتاً دوری از یک سیارک کروی شکل که به دور خود دوران می‌کند، قرار دارد. شعاع سیارک R و دوره‌ی تناوب چرخشی آن T است. سفینه در صفحه‌ی استوای سیارک قرار دارد و موقعیتش در دستگاه غیردوار متصل به مرکز سیارک ثابت است. به طوری که تنها حرکتی که از سفینه دیده می‌شود دوران وضعی سیارک است. این سفینه امواج الکترومغناطیسی تک طول موج (λ_0) را به بخشی از سیارک ارسال کرده و پس از بازتاب، آن‌ها را بررسی می‌کند.

مرحله‌ی اول

در مرحله‌ی اول، سفینه امواج را به نواری نازک روی سطح سیارک گسیل می‌کند. این نوار شامل مجموعه‌ی نقاطی است که دارای طول جغرافیایی یکسان $L = 37.0^\circ$ هستند. عکس زیر، سیارک و موقعیت نوار مورد مطالعه را از دید سفینه نشان می‌دهد.



به علت دوران وضعی، طول موج دریافتی دچار انتقال دوپلر غیرنسبیتی خواهد شد و همچنین به دلیل فاصله‌ی متفاوت نقاط نوار از سفینه، زمان دریافت امواج بازتابی یکسان نخواهد بود. زمان دریافت اولین موج بازتابی را $t = 0$ در نظر بگیرید. در جدول ۱ زمان دریافت (t) و قرمزگرایی (Z) امواجی که از نقاط متمایزی روی نوار بازتاب می‌شوند، آورده شده است.

- (I) رابطه‌ای خطی بین Z و t ، بر حسب پارامترهای مسئله و ثوابت به دست آورید.
- (II) نمودار Z بر حسب t را برای داده‌های جدول 1 در کاغذ میلی‌متری‌ای که در اختیارتان قرار گرفته است، رسم کنید.
- (III) با برازش خط راست بر داده‌ها، T ، R ، خطای محاسبه‌ی شعاع سیارک (ΔR) و خطای دوره‌ی تناوب چرخشی آن (ΔT) را بیابید. خط برازش یافته را نیز در نمودار داده‌ها نمایش دهید. روابط مورد نیاز برای برازش خط راست در انتهای سؤال داده شده‌اند.



جدول 1

$NO.$	$t(\mu s)$	z
1	96	2.11E-07
2	174	1.93E-07
3	243	1.89E-07
4	374	1.66E-07
5	468	1.45E-07
6	508	1.49E-07
7	704	1.23E-07
8	922	9.25E-08
9	1051	7.46E-08
10	1211	5.25E-08

مرحله دوم

این بار، سفینه امواج را به نواری نازک که شامل مجموعه‌ای نقاطی با عرض جغرافیایی یکسان (φ) است، ارسال می‌کند. عکس زیر سیارک و موقعیت نوار مورد مطالعه را از دید سفینه نشان می‌دهد.



مشابه قسمت قبل، z و t دریافتی از نقاط متمایز نوار در جدول 2 آورده شده‌است. در این قسمت نیز زمان دریافت اولین موج بازتابی را $t = 0$ در نظر بگیرید.

$$(IV) \quad \text{رابطه‌ای خطی بین } \left(\frac{z}{t}\right)^2 \text{ و } \frac{1}{t}, \text{ بر حسب پارامترهای مسئله و ثوابت به دست آورید.}$$

$$(V) \quad \text{نمودار } \left(\frac{z}{t}\right)^2 \text{ بر حسب } \frac{1}{t} \text{ را برای داده‌های جدول 2 در کاغذ میلی‌متری‌ای که در اختیارتان قرار گرفته است، رسم کنید.}$$



(VI) با برازش خط راست بر داده‌ها، نسبت شیب به عرض از مبدأ را بیابید. خط برازش یافته را نیز در نمودار داده‌ها نمایش دهید. روابط مورد نیاز برای برازش خط راست در انتهای سؤال داده شده‌اند.

جدول 2

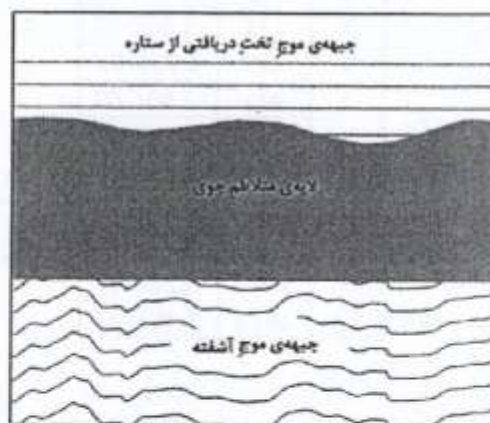
NO.	t (μs)	Z
1	164	1.43E-07
2	222	-1.63E-07
3	255	1.71E-07
4	325	-1.93E-07
5	445	2.19E-07
6	580	2.49E-07
7	730	-2.72E-07
8	921	-2.96E-07
9	1067	3.26E-07
10	1473	3.45E-07

(VII) با توجه به نسبتی که در بخش قبل محاسبه کردید و با استفاده از مقدار شعاع سیارک که در مرحله‌ی اول به دست آوردید، عرض جغرافیایی (φ) نوار مورد مطالعه در این مرحله را برحسب درجه بیابید.

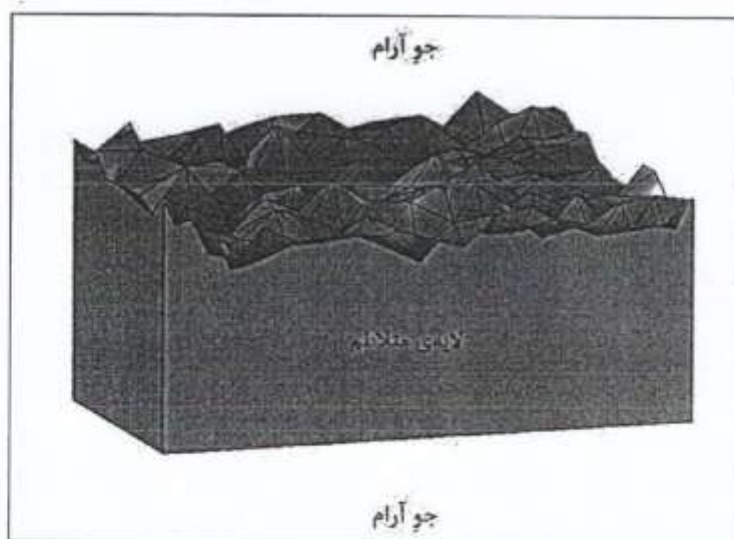


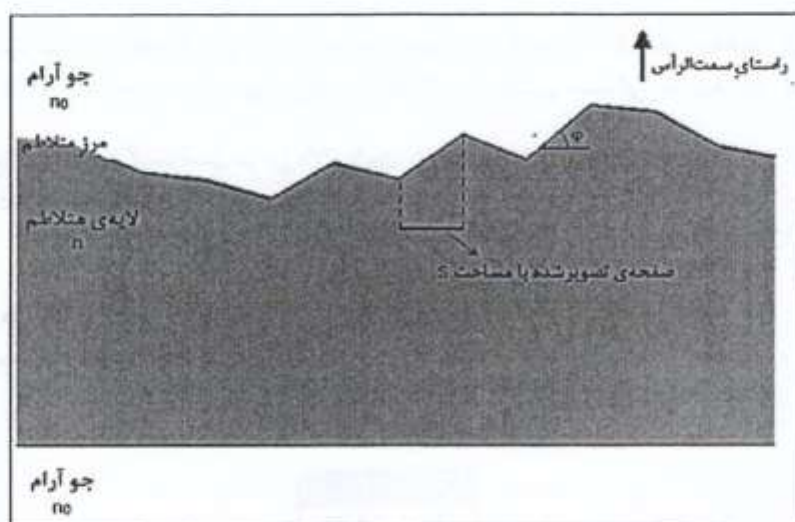
سؤال دوم:

نور دریافتی از ستارگان به صورت جبهه‌ی موج تخت در جو انتشار می‌یابد و پس از عبور از یک لایه‌ی تلالیمی دچار اعوجاج شده و با رسیدن به تلسکوپی با دهانه‌ی بزرگ، تصویر ناپایدار و غیرمتمرکزی تشکیل می‌دهد. در شکل زیر مدل ساده‌ای برای این پدیده نمایش داده شده‌است.



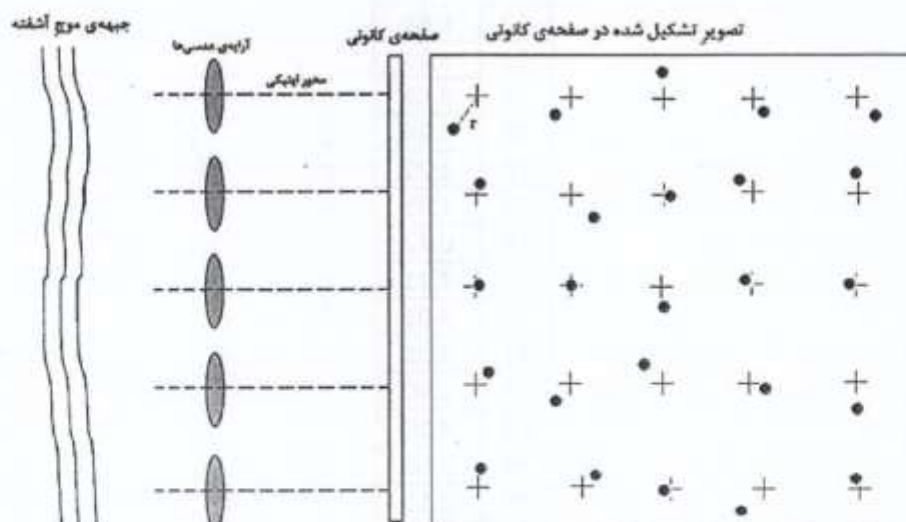
لایه‌ی متلاطم دارای ضریب شکستی متفاوت از جو اطرافش است. ضریب شکست این لایه و محیط پیرامونش را به ترتیب $n = 1.00050$ و $n_0 = 1.00029$ در نظر بگیرید. به علت ترکیب هوای این لایه با جو اطرافش، مرز آن سطحی با ناهمواری‌های کاتوره‌ای است. در تصویر زیر مدلی سه بعدی از مرز لایه‌ی تلالیمی با هوای زمینه مشاهده می‌کنید. در ادامه نیز، سطح مقطعی از تصویر سه بعدی آورده شده‌است. برای سادگی فرض شده که تنها مرز بالایی دارای ناهمواری است و مرز پایینی تخت است.





همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، ناهمواری‌ها به کمک صفحاتی با جهت‌گیری‌های تصادفی تقریب زده شده‌اند. مساحت صفحات، در صورتی که در راستای افقی تصویر شوند، یکسان و برابر $S = 100 \text{ cm}^2$ است. زاویه‌ی تمایل صفحه با افق را با φ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) نشان می‌دهیم. نور ستاره با عبور از این لایه در دو مرحله شکسته می‌شود؛ یکی در برخورد با مرز ناهموار بالایی و سپس عبور از مرز تخت پایینی.

برای آشکارسازی آثار تلاطم، آرایه‌ای 5×5 از عدسی‌های محدب هم‌سان با فاصله‌ی کانونی $f = 10 \text{ cm}$ به موازات افق و در مسیر جبهه‌ی موج آشفته دریافتی از ستاره‌ای در سمت‌الرأس قرار داده‌ایم. فاصله‌ی مرکز تصویر تا محل برخورد محور اپتیکی هر عدسی با صفحه‌ی کانونی را r می‌نامیم. جدول انتهایی سؤال، مقدار r تصاویر را نشان می‌دهد.





برای یک لایه، نسبت مساحت سطح ناهموار بالایی به مساحت سطح تخت پایینی را با γ نشان می‌دهیم. فرض کنید، نور دریافتی از ستاره تنها از یک لایه‌ی متلاطم عبور می‌کند و از آثار ناشی از پراش و خمیدگی جو صرف نظر کنید.

(I) با نوشتن قانون شکست اسنل در مرکز بالا و پایین، رابطه‌ی بین φ و r را به‌دست آورید. راه‌نمایی: برای زوایای کوچک هر حسب رادیان داریم:

$$\sin(\alpha) \cong \tan(\alpha) \cong \alpha$$

$$\cos(\alpha) \cong 1$$

(II) نمودار فراوانی نسبی φ را رسم کنید. بازه‌ها (bin) را ۱۵ درجه در نظر بگیرید.

(III) با توجه به تصاویر تشکیل شده از ستاره، γ را تخمین بزنید.

جدول مربوط به سؤال دوم

NO.	$r(\mu m)$
1	11.79
2	124.80
3	0.41
4	15.10
5	8.68
6	0.26
7	0.24
8	0.63
9	20.21
10	0.35
11	6.93
12	6.69
13	5.22
14	4.66
15	2.20
16	1.71
17	1.01
18	0.72
19	4.21
20	4.03
21	3.28
22	2.90
23	8.06
24	0.66
25	0.11



فرمول‌های لازم:

برای برازش خط معمولی:

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

$$d_i = y_i - mx_i - b$$

$$(\Delta m)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-2}$$

$$(\Delta b)^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-2}$$

برای برازش خط مبدأگذر:

$$y = mx$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$(\Delta m)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-1}$$

به نام خدا
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون میان دوره ی اول نهمین دوره ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تئوری

۱ مرداد ۱۳۹۲

مدت آزمون: ۲۱۰ دقیقه (۱۲:۰۰ - ۸:۳۰)

دفترچه ی سؤالات

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:

- (۱) این آزمون ۵ سؤال دارد و وقت آن ۲۱۰ دقیقه است.
- (۲) به همراه دفترچه ی پاسخ نامه، یک کاغذ میلی متری و خط کش در اختیار شما قرار گرفته است.
- (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین حساب CASIO 82MS هستید.
- (۴) نام و نام خانوادگی خود را در دفترچه ی پاسخ نامه وارد کنید.
- (۵) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع می باشد.

© کلیه ی حقوق این سوال ها برای معاونت دانش پژوهان جوان محفوظ است.



سوال یک: (100 نمره)

زمین به صورت یک جسم تقریباً سیاه (با سیپیدایی یا آلبدوی حدود 30%) در یک مدار بیضوی با نیم‌قطر بزرگ a و خروج از مرکز e به دور خورشید (با درخشندگی L و جرم M) در حال گردش است. فرض کنید زمین گره‌ای به شعاع R است که با سرعت زاویه‌ای ω حول خودش می‌چرخد؛ به‌طوری‌که همواره در تعادل گرمایی قرار دارد. تمایل دایره‌البروج نسبت به استوا را ϵ در نظر بگیرید.

الف) بیشینه و کمینه‌ی طول موج تابشی از زمین چقدر بوده و در کدام نقاط از مدار رخ می‌دهد؟

ب) متوسط سالانه‌ی انرژی تابش‌شده از سطح زمین را به‌دست آورید.

ج) اگر طول حوضی مدار زمین، 2π باشد، انرژی که زمین در بازه‌ی زمانی بین عبور از حوض و اول بهار، جذب می‌کند، چقدر است؟

د) مقدار پهن‌شدگی خط طیفی تابشی زمین $(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0})$ ناشی از حرکت وضعی چقدر است؟

ه) بیشینه و کمینه‌ی انتقال دوبلری $(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0})$ ناشی از حرکت انتقالی زمین را برای یک ناظر بیرونی ساکن به دست آورید.

و) با توجه به تمام موارد فوق و با صرف نظر کردن از انحراف صفحه‌ی مدار زمین نسبت به استوا، بلندترین و کوتاه‌ترین طول موجی که می‌توان از زمین مشاهده کرد چقدر بوده و در چه حالت‌های خاصی می‌تواند اتفاق بیفتد؟ (با رسم شکل، موقعیت ناظر، مکان زمین و آن نقطه از زمین که رصد می‌شود را دقیقاً معین کنید).

سوال دو: (100 نمره)

آرتور ادینگتون (Arthur Eddington) در سال 1920 مدلی برای ساختار ستارگان پیشنهاد کرد که به مدل استاندارد مشهور است. در این مدل فشار ستارگان شامل دو فشار گاز ایده‌آل و تابشی در نظر گرفته می‌شود، به‌طوری‌که نسبت فشار گاز ایده‌آل به فشار کل در سرتاسر ستاره مقدار ثابتی است.

$$\frac{p_{\text{gas}}}{p} = \beta = \text{ثابت}$$

ستاره‌ای متشکل از گاز ایده‌آل تک‌اتمی در نظر بگیرید که از مدل استاندارد پیروی می‌کند. ($\beta \neq 1$) این سوال از سه بخش جدا از هم تشکیل شده است.

الف) نسبت انرژی درونی به انرژی پتانسیل گرانشی ستاره را بر حسب β محاسبه کنید.

ب) فرض کنید تولید انرژی در ستاره تنها در هسته‌ای با کدورت (κ_{core}) یکنواخت انجام می‌گیرد. با توجه به اینکه ستاره در تعادل گرمایی قرار دارد، نرخ تولید انرژی در واحد جرم (ϵ) را در هسته‌ی ستاره بر حسب β و کدورت هسته (κ_{core}) به‌دست آورید.

ج) اگر حجم کوچکی از ستاره در فرایند آدیاباتیک شرکت کند؛ مقدار β در آن حجم لزوماً ثابت نخواهد ماند. در هر لحظه نسبت فشار گاز ایده‌آل به فشار کل درون این حجم را با β_{ad} نشان می‌دهیم. ($0 < \beta_{\text{ad}} \leq 1$)

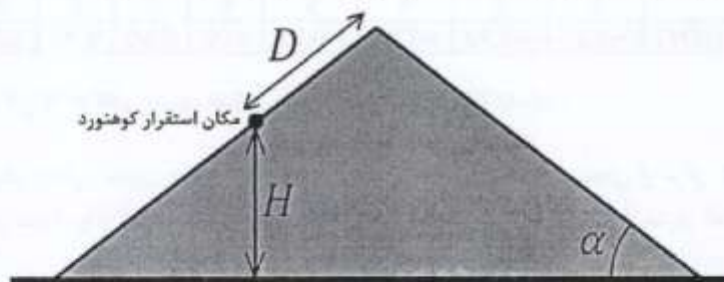
i. با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، اثبات کنید برای این حجم مقدار $\nabla_{\text{ad}} = \frac{p}{T} \frac{dT}{dp}$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\nabla_{\text{ad}} = \frac{6\beta_{\text{ad}} - 8}{3\beta_{\text{ad}}^2 + 24\beta_{\text{ad}} - 32}$$

ii. فرایند غالب در انتقال انرژی ستاره همرفت است یا تابش؟

سوال سه: (100 نمره)

کوهنوردی بر روی کوهی واقع در عرض جغرافیایی $\varphi = 27.7^\circ N$ مستقر شده است. شکل زیر، کوه و مکان استقرار این کوهنورد را نشان می دهد. این کوه به شکل یک مخروط قائم است که زاویه ی نیمه راس آن مطابق شکل، $90^\circ - \alpha$ می باشد. فاصله ی کوهنورد از قله ی کوه $D = 1670 \text{ m}$ و ارتفاع وی از سطح زمین $H = 1810 \text{ m}$ می باشد. (توجه کنید که این شکل صرفاً جهت نشان دادن ابعاد و زوایا رسم شده است و در آن مقیاس ها رعایت نشده اند.)



خورشید که در نقطه ی انقلاب تابستانی ($\delta_\odot = 23.5^\circ$) قرار دارد، 36 دقیقه بعد از طلوع در منطقه، توسط این کوهنورد مشاهده شده و 104 دقیقه مانده به غروب در منطقه، از دید او پنهان می گردد. با صرف نظر کردن از قطر زاویه ای خورشید، افت افق و نیز آثار اختلاف منظر ناشی از قد کوهنورد، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) شیب این کوه (زاویه ی α) چند درجه است؟

ب) ستارگانی که روی استوای سماوی قرار دارند، با چه زاویه ای نسبت به افق این کوهنورد غروب می کنند؟ این کوهنورد تصمیم می گیرد بعد از غروب خورشید در منطقه و هنگامی که آسمان کاملاً تاریک شد، ستاره ی قطبی را بیابد.

ج) نشان دهید ستاره ی قطبی از دید این کوهنورد پنهان است.

این کوهنورد مجبور است برای مشاهده ی ستاره ی قطبی، روی کوه حرکت کند. سرعت کوه پیمایی این شخص را ثابت و برابر $v = 0.42 \text{ m/s}$ در نظر بگیرید.

د) کمترین مدت زمانی که طول می کشد تا کوهنورد قادر به مشاهده ی ستاره ی قطبی شود، را برحسب دقیقه به دست آورید.



(راهنمایی: چنانچه مخروط قائمی با زاویه ی نیمه راس $90^\circ - \alpha$ را در برابر خورشید که ارتفاعش β ($0 \leq \beta \leq \alpha$) است، قرار دهیم، بخشی از این مخروط، تاریک خواهد شد. به طوری که اگر از بالا و در راستای محور مخروط به آن نگاه کنیم دایره ای مشابه شکل زیر خواهیم دید که θ از رابطه ی مقابل به دست می آید:

$$\cos \theta = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$



سوال چهار : (100 نمره)

ناظری را در مرکز یک کهکشان بیضوی کوتوله در نظر بگیرید. او در یک پروژه رصدی، ستارگان اطراف خود را شمارش کرده است. $N_M(m)dM d\Omega dm$ تعداد ستارگان با قدر مطلق بین M و $M + dM$ است که در یک زاویه فضای $d\Omega$ قرار دارند و قدر ظاهرشان بین m و $m + dm$ است. مقادیر رصدی در جدول زیر داده شده است.

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\log(N_M(m)dM)$	-2.31	-1.72	-1.11	-0.51	0.00	0.50	0.90	1.20	1.40

اگر قدر مطلق ستارگان $M = 4$ و زاویه فضای مورد بررسی 0.75 (deg)^2 باشد:

الف) منحنی لگاریتم چگالی عددی حجمی $n_M(r)$ را برحسب لگاریتم فاصله شعاعی از مرکز کهکشان رسم کنید. (نقاط مربوط به این نمودار را از اطلاعات مسأله باید به دقت به دست آورید و در کاغذ میلی متری که در اختیار شما قرار گرفته رسم کنید).

ب) شعاع هسته این کهکشان را با توجه به نمودار قسمت الف تخمین بزنید.

سوال پنج : (70 نمره)

برای رسم منحنی دورانی یک کهکشان نیاز به دانستن فاصله آن از خودمان داریم. برای تعیین فاصله کهکشان از یک متغیر RR شلیاکی استفاده کرده ایم. اگر میزان خطا (عدم قطعیت) در قدر ذاتی این نوع از ستاره های متغیر برابر $\Delta M = \pm 0.1$ باشد، با صرف نظر از اثرات انبساط هابلی:

الف) میزان خطای نسبی در محاسبه سرعت تخت شدگی منحنی دوران (v_c) و نیز محل شروع تخت شدگی (R) چند درصد است؟

ب) میزان خطای نسبی در محاسبه جرم ماده تاریک حداکثر چند درصد است؟

به نام خدا

پاسخ نامه‌ی سوال اخترفیزیک آزمون میان دوره

الف) با توجه به اینکه ستاره از گاز ایده‌آل تک اتمی و تابش تشکیل شده است بنابراین باید برای بدست آوردن انرژی پتانسیل گرانشی از قضیه‌ی ویریال با در نظر گرفتن فشار تابشی استفاده کرد.

$$\begin{aligned} \text{Gravitational potential energy}(E_{gr}) &= -3 \int \frac{p}{\rho} dm = -3 \int \frac{p_{\text{ideal gas}} + p_{\text{radiation}}}{\rho} dm \\ E_{gr} &= -3 \int \frac{KT}{m} dm - \int aT^4 \frac{dm}{\rho} = -3 \int KT dN - 3 \frac{1-\beta}{\beta} \int KT dN = -\frac{3}{\beta} \int KT dN \\ E_{\text{internal}} &= \frac{3}{2} \int KT dN + \int aT^4 \frac{dm}{\rho} = \frac{3}{2} \int KT dN + 3 \frac{1-\beta}{\beta} \int KT dN = \frac{3}{2} \frac{2-\beta}{\beta} \int KT dN \end{aligned}$$

$$\frac{E_{\text{internal}}}{E_{gr}} = \frac{\beta}{2} - 1$$

32 points

ب) ستاره در تعادل هیدرواستاتیکی قرار دارد بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{1-\beta} p_{\text{radiation}} \Rightarrow \frac{dp}{dr} = \frac{1}{1-\beta} \frac{dp_{\text{radiation}}}{dr} \Rightarrow -\rho \frac{GM(r)}{r^2} = -\frac{1}{1-\beta} \frac{\kappa_{\text{core}} \rho}{c} \frac{L(r)}{4\pi r^2} \\ \frac{L(r)}{M(r)} &= 4\pi Gc \frac{(1-\beta)}{\kappa_{\text{core}}} \Rightarrow \varepsilon = \frac{dL(r)}{dM(r)} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 4\pi Gc \frac{(1-\beta)}{\kappa_{\text{core}}} = \text{constant}} \end{aligned}$$

25 points

ج) در این قسمت باید به ثابت نبودن β_{ad} دقت کرد. با نوشتن قانون اول ترمودینامیک داریم:

i.

$$\begin{aligned} dE_{\text{internal}} &= -p dV \Rightarrow d\left(aT^4 V + \frac{3}{2} \frac{pV}{m} KT\right) = -\left(\frac{1}{3} aT^4 + \frac{p}{m} KT\right) dV \\ \left(aT^4 + \frac{3}{2} \frac{p}{m} KT\right) dV + V\left(4aT^3 dT + \frac{3}{2} \frac{p}{m} K dT + \frac{3}{2} \frac{KT}{m} d\rho\right) &= -\left(\frac{1}{3} aT^4 + \frac{p}{m} KT\right) dV \\ \left(\frac{4}{3} aT^4 + \frac{5}{2} \frac{p}{m} KT\right) \frac{dV}{V} &= -\left(\frac{4}{3} aT^4 + \frac{5}{2} \frac{p}{m} KT\right) \frac{d\rho}{\rho} = -\left(4aT^3 + \frac{3}{2} \frac{p}{m} K\right) dT - \frac{3}{2} \frac{KT}{m} d\rho \\ \left(\frac{4}{3} aT^4 + \frac{p}{m} KT\right) \frac{d\rho}{\rho} &= \left(4aT^4 + \frac{3}{2} \frac{p}{m} KT\right) \frac{dT}{T} \\ \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{(24-21\beta_{\text{ad}})}{(8-6\beta_{\text{ad}})} \frac{dT}{T} \end{aligned}$$

43 points

همچنین می توان با مشتق گیری از معادله ی فشار نوشت:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} aT^4 + \frac{p}{m} KT \Rightarrow dp = \frac{1}{3} aT^3 dT + \frac{p}{m} K dT + \frac{KT}{m} d\rho \\ \frac{dp}{p} &= \frac{dT}{T} + \beta_{\text{ad}} \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\beta_{\text{ad}}} \left(\frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\beta_{ad}} \left(\frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \right) = \frac{(24-21\beta_{ad})}{(8-6\beta_{ad})} \frac{dT}{T} \Rightarrow \left(\frac{24-21\beta_{ad}}{8-6\beta_{ad}} + \frac{1}{\beta_{ad}} \right) \frac{dT}{T} = \frac{1}{\beta_{ad}} \frac{dp}{p}$$

$$\Rightarrow \nabla_{ad} = \frac{p}{T} \frac{dT}{dp} = \frac{1}{\beta_{ad} \left(\frac{24-21\beta_{ad}}{8-6\beta_{ad}} + \frac{1}{\beta_{ad}} \right)} \Rightarrow \boxed{\nabla_{ad} = \frac{6\beta_{ad}-8}{3\beta_{ad}^2+24\beta_{ad}-32}}$$

ii.

برای اینکه فرآیند غالب در انتقال انرژی مورد بررسی قرار بگیرد باید ∇_{ad} با ∇_{act} مقایسه شود. برای محیط

$$p = (1 - \beta) a T^4 \Rightarrow \nabla_{act} = \frac{1}{4} \quad \text{ستاره داریم:}$$

اگر قرار باشد فرآیند غالب همرفت باشد باید $\nabla_{ad} < \nabla_{act}$ صادق باشد، یعنی:

$$\frac{6\beta_{ad}-8}{3\beta_{ad}^2+24\beta_{ad}-32} < \frac{1}{4}$$

چون مقدار β_{ad} بین صفر و یک می باشد بنابراین صورت و مخرج عبارت ∇_{ad} منفی است و در بررسی

$$3\beta_{ad}^2 + 24\beta_{ad} - 32 < 24\beta_{ad} - 32 \Rightarrow 3\beta_{ad}^2 < 0 \quad \text{نامساوی باید به این نکته دقت کرد.}$$

این عبارت به ازای هیچ مقدار حقیقی از β_{ad} صادق نیست بنابراین فرآیند غالب در انتقال انرژی ستاره

تابش است.

به نام خدا

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

میارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»



آزمون میان‌دوره‌ی اول

نهمین دوره‌ی تابستانی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

بخش تحلیل داده‌ها

۲ مرداد ۱۳۹۲

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه (۱۰:۳۰ - ۸:۳۰)

دفترچه سوالات

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:

- (۱) این آزمون یک سؤال دو قسمتی دارد و وقت آن ۱۲۰ دقیقه است.
- (۲) به همراه دفترچه‌ی پاسخ‌نامه، دو کاغذ میلی‌متری و خط‌کش در اختیار شما قرار گرفته است.
- (۳) تنها مجاز به استفاده از ماشین‌حساب Casio 82MS هستید.
- (۴) در انتهای دفترچه‌ی سؤالات ثابت‌های فیزیکی و نجومی موردنیاز داده شده است.
- (۵) نام و نام‌خانوادگی خود را در دفترچه‌ی پاسخ‌نامه وارد کنید.
- (۶) همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ‌تاپ ممنوع می‌باشد.

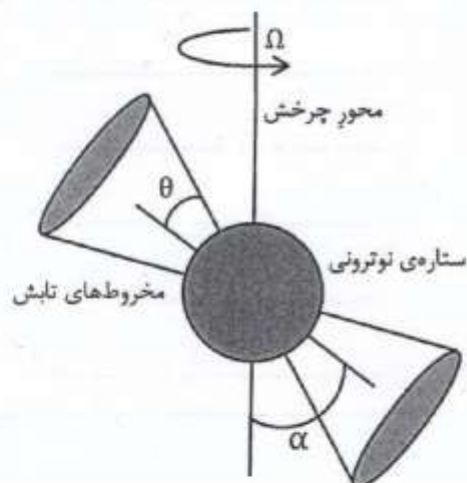
© کلبه‌ی حقوق این سوال‌ها برای معاونت دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

6.67×10^{-11}	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$		ثابت جهانی گرانش	G
3.00×10^8	ms^{-1}		سرعت نور	c
1.50×10^{11}	m		واحد نجومی	AU
3.09×10^{16}	m		پارسک	pc
1.99×10^{30}	kg		جرم خورشید	$M_{\odot}$
5.97×10^{24}	kg		جرم زمین	$M_{\oplus}$



تپاختر (Pulsar) ستاره‌ی نوترونی به شدت مغناطیسی شده‌ای است که به سرعت، دور خود می‌چرخد و در جهت خاصی تابش می‌کند. شکلی زیر مدلی ساده‌ای برای یک تپاختر را نشان می‌دهد:



تپاختر در دو مخروط با زاویه‌ی نیم‌راس θ که در راستای قطب‌های مغناطیسی‌اش قرار دارند، تابش می‌کند. محور چرخش با راستای قطب‌های مغناطیسی، زاویه‌ی α می‌سازد. با چرخش ستاره، راستای تابش در آسمان تغییر کرده و لحظه‌ای که این راستا به سمت زمین اشاره رود، تپاختر قابل مشاهده خواهد بود.

چرخش سریع و پایدار تپاخترها این امکان را به منجمان می‌دهد تا از آن به عنوان ساعتی دقیق استفاده کنند. ساعتی که با بررسی تغییرات زمان رصد تپ‌هایش می‌توان پدیده‌های جالبی را بررسی کرد.

در ادامه طی دو قسمت مجزا به بررسی بیش‌تر این ستارگان می‌پردازیم:

1. احتمال مشاهده‌ی تپاخترها در اطراف خورشید

فرض کنید زمین در راستای تابش یک تپاختر قرار گرفته‌است. کلی انرژی گسیل‌شده در مخروط‌ها را با L و فاصله‌ی ستاره تا زمین را با R نمایش می‌دهیم. برای ساده‌تر شدن محاسبات تصور کنید که برای تپاخترها، R به طور یکنواخت بین 0.1 kpc تا 7 kpc توزیع شده‌است. $\log L$ هم به طور یکنواخت 20 تا 24 پخش شده‌است که L بر حسب وات بیان می‌شود.

به دلیل محدودیت ابزارهای زمینی و اغتشاشات ناشی از دیگر منابع تابشی، تنها وقتی شار دریافتی از $1.32 \times 10^{-17} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ بیش‌تر باشد می‌توان تپاختر را رصد کرد. در ضمن فرض کنید که $\theta = 10^\circ$ و α به شکلی یکنواخت بین 0 و π رادیان توزیع شده‌است.



۱) به همراه این سؤال برگه‌ای دریافت کرده‌اید که دستگاه مختصاتی در آن رسم شده است. محور افقی آن R و محور عمودی $\log L$ است. فرض کنید در یک لحظه، راستای تابش همه‌ی تپاخترها رو به زمین باشد. ناحیه‌ای را در دستگاه مختصات داده شده مشخص کنید که تپاخترهایی که R و L آن‌ها داخل این ناحیه قرار گیرند، از روی زمین قابل تشخیص باشند.

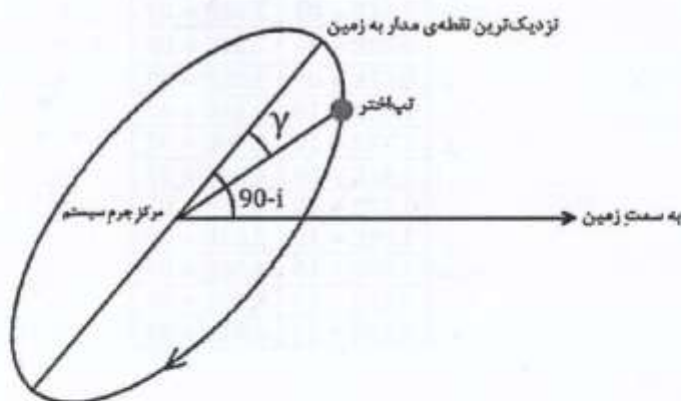
۲) تخمین بزنید چه کسری از تپاخترهای پیرامون ما از روی زمین قابل مشاهده‌اند. راهنمایی: برای محاسبه‌ی انتگرال تابع $f(x)$ از رابطه‌ی زیر استفاده کنید و n را حداقل ۱۰ فرض کنید.

$$\int_a^b f(x) dx \cong \sum_{i=1}^n f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

۳) می‌دانیم که به علت چرخش تپاخترها همواره راستای تابش آن‌ها رو به زمین نخواهد ماند. با توجه به این مطلب، نتیجه‌ی قسمت قبل را تصحیح کنید.

II. پیدا کردن سیارات فراخورشیدی

یکی از روش‌های یافتن سیارات فراخورشیدی پیدا کردن آن‌ها به کمک بررسی تناوب تپ‌های تپاختر است. این روش موقعی کاربرد دارد که تپاختر و سیاره تشکیل یک سیستم دوتایی داده باشند. فرض کنید، جرم تپاختر M_H ، شعاع مداری‌اش a_H ، جرم سیاره M_P و شعاع مداری سیاره a_P باشد. مدارها را دایروی و هم‌صفحه در نظر بگیرید و از سرعت مرکز جرم سیستم صرف نظر کنید. تمایل صفحه‌ی مداری نسبت به صفحه‌ی آسمان ما i و دوره‌ی تناوب چرخشی $P = \frac{2\pi}{\Omega}$ است. در شکل زیر، شمایی از مدار تپاختر حول مرکز جرم سیستم را مشاهده می‌کنید. (شکل بدون رعایت مقیاس رسم شده است).



شروع به ثبت تپ‌ها می‌کنیم. اولین تپ که در زمان $t = 0$ ثبت شده است، وقتی گسیل شده که تپاختر در $\gamma = \gamma_0$ قرار داشته است. تعداد تپ شمارش شده پس از این زمان را n می‌نامیم. (یعنی برای تپ ثبت شده در $t = 0$ ، $n = 0$ است) در جدول داده شده، زمان دریافت تپ n ام بر حسب n آورده شده است.



۱. نشان دهید زمان دریافت n ام $t(n)$ در رابطه‌ای به فرم زیر صدق می‌کند:

$$t(n) = A + B \cdot n + C \cdot \cos(D \cdot n + E)$$

ضرایب A, B, C, D, E را بر حسب پارامترهای مسئله و ثوابت فیزیکی بیابید.

۲. نمودار $t(n)$ را بر حسب n در کافز میلی‌متری رسم کنید.

۳. با توجه به نمودار بخش قبل، دوره‌ی تناوب تپ‌اختر (P) را بر حسب میلی‌ثانیه محاسبه کنید.

با توجه به دقت ابزارهایی که در اختیار شما قرار گرفته است، امکان رسم منحنی $f(n) := t(n) - B \cdot n$ بر حسب n با دقت مطلوب وجود ندارد. در انتهای دفترچه‌ی سؤالات، نمودار $f(n)$ که با رابطه و با دقت مطلوب تهیه شده را مشاهده می‌کنید.

۴. برای این سیستم $i = 60^\circ \pm 4^\circ$ است. با استفاده از منحنی $f(n)$ و خطایش را بیابید.

۵. جرم متوسط ستاره‌های نوترونی را $1.40 M_{\text{sun}}$ فرض کنید. M_p و a_p را محاسبه کنید.

جدول داده‌ها

n	t_n (s)
6.83E + 08	2.16E + 06
2.05E + 09	6.48E + 06
4.10E + 09	1.30E + 07
4.78E + 09	1.51E + 07
5.46E + 09	1.73E + 07
7.51E + 09	2.38E + 07
8.88E + 09	2.81E + 07
9.57E + 09	3.03E + 07
1.02E + 10	3.24E + 07
1.23E + 10	3.89E + 07
1.43E + 10	4.54E + 07
1.57E + 10	4.97E + 07
1.84E + 10	5.83E + 07
1.98E + 10	6.26E + 07
2.12E + 10	6.70E + 07
2.19E + 10	6.91E + 07

نمودار $f(n)$ بر حسب n مربوط به قسمت II

