

یا لطیف



11 TH IOAA TEAM  
I.R. IRAN

مجموعه سوال ابزار رصدی

تالیف: پریمه صفریان

تصحیح و بازنگری: سینا بلوکی

دی ماه 95

$$\lambda_v = 550 \text{ nm}$$

$$m_{sky} = 22 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$$

$$d_{eye-day} \sim 2.5 \text{ mm}$$

$$d_{eye-night} \sim 6.5 \text{ mm}$$

نسبت کانونی:

نسبت کانونی  $f/x$  بدین معنی است که  $f/D = x$

توان تفکیک:

کمترین فاصله زاویه ای قابل تفکیک برای دهانه ی با قطر  $D$

$$\sin(\theta_{\min}) \sim \theta_{\min}(\text{rad}) \sim 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

واحد  $\lambda$ ,  $D$  صرفا باید یکسان باشد.

مقیاس تصویر:

چند ثانیه ی قوسی از جسم روی یک میلی متر از تصویر روی فیلم افتاده ست.

اندازه ای که زاویه ی  $\theta$  روی فیلم که در فاصله ی  $f$  قرار دارد اشغال می کند  $r = f \tan \theta$

برای زوایای کوچک  $\theta \sim \tan \theta$

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{f} \text{ rad/m} = \frac{1}{f} \times \frac{180/\pi \times 3600}{1000} \text{ (arcsec/mm)}$$

قدر پشت تلسکوپ:

تلسکوپ ها به دلیل مساحت بیشتری که دهانه ی آن ها نسبت به چشم دارد روشنایی بیشتری دریافت می کنند و قدری که از پشت تلسکوپ می بینیم قدر متناظر با آن شار است.

$$b_{tele} = A_{tele} F_{star}$$

$$b_{eye} = A_{eye} F_{star}$$

$$F_{star} = \frac{b_{tele}}{A_{tele}} = \frac{b_{eye}}{A_{eye}}$$

$$m_{tele} - m_{eye} = -2.5 \log \frac{b_{tele}}{b_{eye}} = -5 \log \frac{d_{tele}}{d_{eye}}$$

در این رابطه قدری که از پشت تلسکوپ می بینیم از چشم غیر مسلح کمتر است.

قدر حدی:

روشنایی کمینه ای که چشم ما قادر به دیدنش است:  $b_{min}$

قدر ستاره ای که از پشت تلسکوپ چنین روشنایی ای داشته باشد قدر حدی تلسکوپ است.

این روشنایی معادل روشنایی کم نورترین ستاره ای ست که با چشم غیر مسلح می توانیم ببینیم. می دانیم این روشنایی متناظر با ستاره ای با قدر  $m_{c-eye}$  است که تقریباً برابر 6.5 می تواند فرض شود.

سوالات:

1- رابطه ای برای قدر حدی تلسکوپ بر حسب قطر دهانه به دست آورید.

2- رابطه ی بزرگنمایی زاویه ای برای تلسکوپی با فاصله ی کانونی شئی  $f_o$  و فاصله ی کانونی چشمی  $f_e$  به صورت زیر است:

$$m = f_o/f_e$$

این رابطه را اثبات کنید و نشان دهید که این نسبت برابر با نسبت میدان دید چشمی به میدان دید واقعی ست.

راهنمایی: برای زوایای کوچک  $\theta \sim \tan \theta$

3- توان تفکیک چشم در شب و روز را مقایسه کنید. حد اکثر فاصله ی فرد باید چقدر باشد تا بتوانیم جزئیات چهره اش را تفکیک کنیم؟

4- اگر ماه را به وسیله ی تلسکوپی با فاصله کانونی عدسی شیئی  $53cm$  و چشمی  $25mm$  رصد کنیم، آن را با چه قطر زاویه ای خواهیم دید؟

$$ans = 11^\circ$$

5- اگر با یک تلسکوپ نیوتونی با نسبت کانونی  $F/8$  و قدرت تفکیک  $1''$  در نور مرئی و با چشمی  $20mm$  رصد کنیم بزرگنمایی تلسکوپ را به دست آورید.

$$ans = 55$$

6- فاصله کانونی عدسی دوربینی که با آن از خورشید تصویری ثبت کرده ایم،  $f = 400cm$  است و اندازه ی فیلم  $60mm \times 36mm$ . ابعاد خورشید در عکس چاپ شده به طول عرض  $15cm$  و  $25cm$  چند سانتی متر است؟

ans = 14.5

7- اگر با چشم غیر مسلح قادر به دیدن 6000 ستاره باشیم با تلسکوپ 12inch چند ستاره خواهیم دید؟

ans = 1.3e5

8- منجمی در حال رصد خوشه ی ستاره ای M34 با  $\delta = 43^\circ$  ، در فاصله ی  $d = 1500ly$  ، به شعاع  $R = 7ly$  است. قدر کم نورترین ستاره ای که مشاهده می کند 14 تخمین می زند. نسبت کانونی تلسکوپ  $F/3$  است. منجم برای این کار از چشمی 10mm که میدان دید غیر مسلح آن  $52^\circ$  استفاده می کند. اگر او به اشتباه به اندازه ی شعاع خوشه جنوب تر (!) از مرکز خوشه را نشانه رفته باشد، چند دقیقه طول می کشد تا خوشه کاملا از میدان دید بیرون رود؟

ans = 3 '13"

9- می دانیم در بازو های کهکشان ها گازهای هیدروژن خنثی وجود دارند که که تابشی با  $\lambda = 21\text{ cm}$  گسیل می کنند. با تلسکوپی رادیویی در آفریقای جنوبی با قطر موثر  $D = 864\text{ m}$  دورترین کهکشان مارپیچی ای که می توانیم بازو های آن را تفکیک کنیم در چه فاصله ای قرار دارد؟ (اگر بتوانیم تابش آن را دریافت کنیم!) فرض کنید همه ی کهکشان های مارپیچ *face on* اند (یعنی دیسک آن ها عمود بر خط دید ماست.) و چهار بازو دارند.

ans = 120 Mpc

10- تلسکوپی رادیویی در *Carnavan* در آفریقای جنوبی ساخته شده ست که دارای مشخصات زیر است. بیشترین و کمترین توان تفکیک این تلسکوپ در چه فرکانس و چه قدر است؟

\*درباره ی نحوه ی چینش و توان تفکیک تلسکوپ های رادیویی پرس و جو کنید.

Number of antennae	64
Dish diameter	13.5 m
Minimum baseline	29 m
Maximum baseline	8 km
Wavelength	3 cm to 30 cm

تابع توزیع پواسونی:

$$P(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

تابع توزیع نرمال:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

**FWHM**

**Full width at half maximum** همان طور که از نامش پیداست پهنا تا آن جایی است که مقدار تابع به نصف بیشینه مقدار آن می

رسد.

دستگاه بار جفت شده CCD :

1- با استدلال و استفاده از تعریف تابع توزیع پواسون بگویید که چشمه های رندوم از تابع پواسونی تبعیت می کنند.

2- ثابت کنید میانگین این تابع توزیع  $\lambda$  و انحراف از معیار، جذر آن است.

\*به همین سبب خطای تعداد فوتون هایی که از ستاره به ما می رسند را جذر مقدار میانگین در نظر می گیریم.

3- مقدار **FWHM** را برای تابع توزیع نرمال به دست آورید.

$$ans = 2\sqrt{2\ln(2)}$$

\*برای آشکار سازها نسبتی تعریف می شود که نسبت **signal** یعنی آن دسته از داده ها که اصلا به دنبال رصد آن ها هستیم به خطا (**noise**) . رابطه ی این کسر به این صورت است:

$$S/N = \frac{R_* t}{\sqrt{R_* t + R_{sky} t n_{pix} + (RN^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2 n_{pix}) + D n_{pix} t}}$$

که در آن  $R_*$  نرخ فوتون های رسیده از ستاره،  $R_{sky}$  نرخ فوتون های زمینه ی آسمان به هر پیکسل و  $RN$  و  $D$  پارامترهای مربوط به خطای خواندن سی سی دی و خطای ناشی از گرم شدن دستگاه هستند.  $n_{pix}$  تعداد پیکسل هایی است که ستاره آن ها را می پوشاند.

تاثیر مجموع خطاها رادیکال جمع توان دوهای آن هاست. (\*خوب است رابطه ی نشر خطا را جویا شوید.)

خطای تعداد فوتون های رسیده از ستاره  $\sqrt{R_* t}$  و خطای پس زمینه ی آسمان به طور مشابه  $\sqrt{R_{sky} n_{pix} t}$  است.

برای حالت های خاص جمله ای، غالب می شود و می توانیم از باقی جملات صرف نظر کنیم:

چشمه های روشن:

$$S/N \sim \sqrt{R_* t} \propto \sqrt{t}$$

پس زمینه ی غالب:

$$S/N = \frac{R_* t}{\sqrt{n_{pix} R_{sky} t}} \propto \sqrt{t}$$

- 4- خطای محاسبه ی قدر را برحسب نسبت سیگنال به نویز به دست آورید و مقدار عددی آن را برای  $S/N = 2$  محاسبه کنید. این رابطه را برای حد های  $S/N \rightarrow \infty$  و  $S/N \rightarrow 0$  چک کنید.

ans = 0.44

- 5- یک دستگاه سی سی دی به ابعاد  $500 \times 700 \text{ pix}$  داریم که طول هر ضلع آن  $50 \mu\text{m}$  است. آن را در صفحه کانونی تلسکوپی با دهانه ی  $15 \text{ in}$  و نسبت کانونی  $F/3$  قرار می دهیم.  
الف) میدان دیدی که این سی سی دی پوشش می دهد چند ثانیه ی قوسی مربع است؟  
ب) توان تفکیک این چیدمان اپتیکی چند ثانیه ی قوسی ست؟  
پ) فرض کنید این تلسکوپ نصبی بعد و میلی داشته باشد. موتوری بر روی آن نصب کردیم که با  $\omega = 0.3^\circ/\text{min}$  محور زمین و هم جهت با زمین می چرخد. اگر در لحظه ی اول این تلسکوپ به سمت ستاره ی منکالینان  $\delta = 45^\circ$   $\alpha = 6h$  نشانه رفته باشد، چه زمانی بعد از میدان از میدان دید خارج می شود؟ و تا آن زمان میدان دید چه کسری از آسمان را جاروب کرده؟  
راهنمایی: دو محدودیت برای توان تفکیک داریم...

- 6- یک نورسنج به یک تلسکوپ با فاصله کانونی  $125 \text{ cm}$  متصل است. آیا در این حالت می توانید ستاره های زیر را رصد کنید؟ توضیح دهید.

الف)  $m = 3$       ب)  $m = 13$       پ)  $m = 16$

تعداد فوتون های شمارش شده از ستاره ای با قدر 8 و همان رده طیفی، 4000 فوتون بر ثانیه است. مقدار نویز، 500 فوتون بر ثانیه و بالاترین مقدار حد رصدی، 200000 فوتون بر ثانیه می باشد.

- 7- برای یک منبع روشن، اگر بازدهی آشکار ساز مورد استفاده 70 درصد باشد و با تلسکوپی 10 اینچ به مدت ده دقیقه از ستاره ای با قدر 23 نورگیری کنیم نسبت سیگنال به نویز را محاسبه کنید.  
سیگنال را همان تعداد کل فوتون های آشکار شده در نظر بگیرید.

- 8- با فرض توزیع نرمال برای منبع نقطه ای یعنی:

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

الف) نرخ دریافت سیگنال از منبع تا مرز شعاع  $r_0$  را به دست آورید.  
ب) برای منبعی با روشنایی کم در زمینه ی آسمانی روشن، شعاعی را پیدا کنید که در آن نسبت سیگنال به نویز بیشینه می شود.

$$ans = 1.6 \sigma \sim \frac{2}{3} FWHM$$

9- با توجه به داده ها خطای پس زمینه ی آسمان در یک پیکسل و در یک ثانیه ( $\sqrt{R_{sky}}$ ) را در سی سی دی ای با مقیاس  $scale = 0".218/pix$  به دست آورید. \*چگونه مقیاس را به دست آوریم؟  
 راهنمایی: ابتدا قدر یک پیکسل از آسمان را به دست آورید.  
 روشنایی جسم با تعداد الکترون هایی که آزاد می کند متناسب است.

Sky Brightness (mag/arcsec <sup>2</sup> )					
lunar age (days)	U	B	V	R	I
0	22.0	22.7	21.8	20.9	19.9
3	21.5	22.4	21.7	20.8	19.9
7	19.9	21.6	21.4	20.6	19.7
10	18.5	20.7	20.7	20.3	19.5
14	17.0	19.5	20.0	19.9	19.2

Count Rates for B=V=R=I=20	
B —	1470 e <sup>-</sup> /second
V —	1521 e <sup>-</sup> /second
R —	1890 e <sup>-</sup> /second
I —	1367 e <sup>-</sup> /second

$$ans = 6.25 e^- \text{ for R band}$$

10- یک سی سی دی  $50 \times 50$  در اختیار داریم که ابعاد هر پیکسل آن  $5 \mu m$  است. می خواهیم با استفاده از یک تلسکوپ با فاصله کانونی یک متری، سیاره زهره را رصد کنیم. در زمانی که قدر زهره ماکسیمم است، زهره چند درصد صفحه سی سی دی را شامل می شود؟

## عدسی ها:

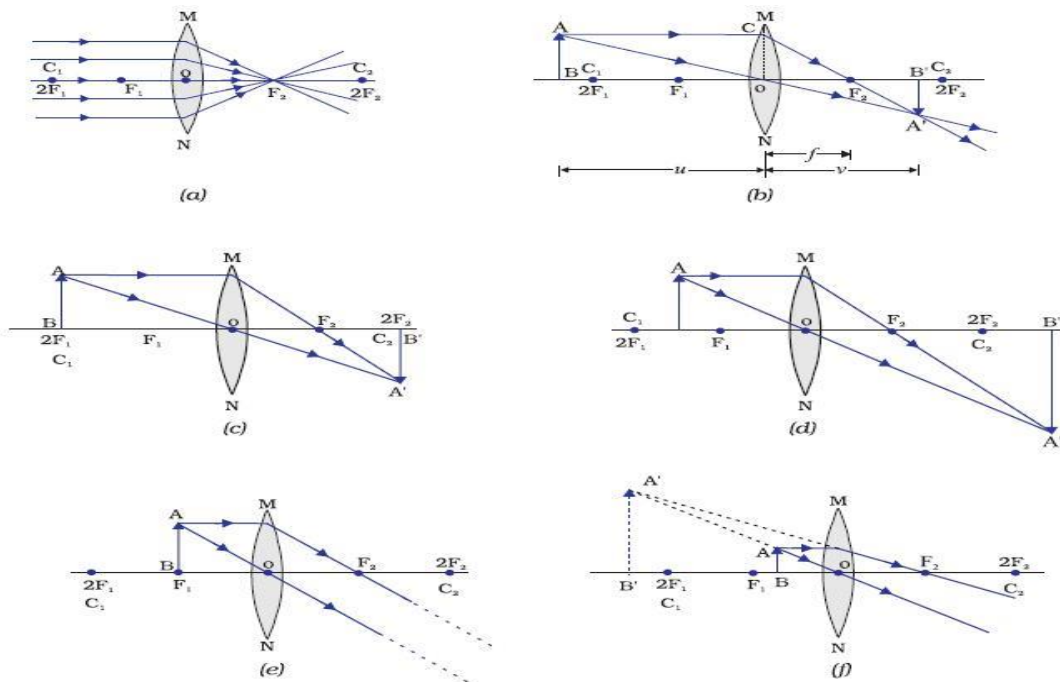
در اینجا با توجه به کم تر شدن حجم اپتیک در کتاب های فیزیک نظام جدید روابط عدسی ها و چند رابطه ی نسبتا پرکاربرد آن ها را می آوریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$p$  فاصله ی تصویر،  $q$  فاصله ای که تصویر در آن تشکیل می شود و  $f$  فاصله کانونی عدسی ست. مفید است حد های زیر را بررسی کنیم:

$$p \rightarrow \infty \Rightarrow q = f \qquad p = f \Rightarrow q \rightarrow \infty$$

پس از رد شدن از عدسی پرتو هایی که از مرکز عدسی گذشته اند در همان امتداد ادامه می دهند و پرتو های موازی با محور اپتیکی پس از رد شدن از عدسی به سمت کانون رفته از آن می گذرند؛ به همین ترتیب تصاویر برای حالات مختلف شکل می گیرند:



1- رابطه ی دیگر قابل توجه بزرگنمایی خطی ست که از روی تعریف برابر  $\frac{A'B'}{AB}$  است. ثابت کنید این کسر برابر است با  $\frac{q}{p}$ .

2- نحوه ی تشکیل تصویر در هر یک از شرایطی که در تصاویر آمده است را تحلیل کنید.

3- فاصله کانونی یک دوربین عکاسی 80 میلی متر است و برای عکسبرداری از فاصله ی دور تنظیم شده است. اگر بخواهیم از جسمی در 10 متری عکاسی کنیم عدسی را چقدر باید جا به جا کنیم؟



ans = 0.6 mm

4- یک کتابدار به صورت عادی تنها می تواند روی اجسامی در فاصله ی  $0.50\text{ m}$  تا  $5.0$  فوکس کند.

الف) چه نوع عدسی برای تصحیح نزدیک بینی ب ( دور بینی او لازم است؟ توضیح دهید.

پ) فاصله کانونی لازم برای عدسی مورد نیاز در هر مورد را به دست آورید که به کتابدار دید طبیعی ( $\infty$  تا  $25\text{cm}$ )

بدهد. (فرض کنید فاصله ی عدسی ها از چشم او  $2.0\text{cm}$  باشد و  $25\text{cm}$  از چشم او اندازه گیری می شود).

ans = واگرا، همگرا

ans =  $f = 5.0, 0.43$

