

به نام خداوند شب و روز

## هشتمین آزمون دوره ای نجوم و اخترفیزیک

دوشنبه ۲۴ اسفند ۱۳۹۴



طراحی آزمون توسط اعضای دهمین تیم جمهوری اسلامی ایران  
در المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک

زمان پیشنهادی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوالات: ۴

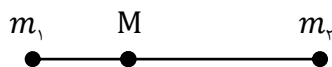
تذکرات:

- استفاده از ماشین حساب غیر قابل برنامه ریزی مجاز می باشد.
- چند روز پس از آزمون می توانید پاسخنامه را در وبلاگ [thioaa.blogspot.com](http://thioaa.blogspot.com) مشاهده کنید

جدول ثوابت		
$6,67 \times 10^{-11}$	$\text{N.m}^2.\text{kg}^{-2}$	ثابت گرانش
$1,99 \times 10^{30}$	Kg	جرم خورشید

10thioaa.blogspot.com

(۱) مطابق شکل یک مجموعه شامل سه جسم داریم که جسم  $M$  روی مرکز جرم و جرم های  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب در فاصله های  $r_1$  و  $r_2$  از مرکز جرم هستند. (منطقاً هر سه جرم بر روی یک خط قرار دارند!)



الف) با نوشتن دوره تناوب اجرام شرطی بر روی جرم های  $m_1$  و  $m_2$  بیابید به طوریکه سیستم پایدار باقی بماند.

ب) با در نظر گرفتن شرط بالا برای اجرام، انرژی کل و تکانه زاویه ای کل را بیابید.

ج) در این قسمت در نظر بگیرید که جرم  $M$  بسیار کوچک تر از بقیه اجرام است. با این فرض، دوره تناوب سیستم در این حالت منهای دوره تناوب سیستم در حالتی که جرم وجود نداشته باشد را  $dT$  بنامید و تکانه زاویه ای کل سیستم در این حالت منهای تکانه زاویه ای کل سیستم در حالتی که جرم وجود نداشته باشد را  $dL$  بنامید. مقدار  $\frac{dT}{dL}$  را بیابید. (۱۱۰ نمره)

(۲) دنباله داری در مدار بیضوی با خروج از مرکز  $e = 0.92$  در حال گردش به دور خورشید است. دوره تناوب دنباله دار  $T = 37yr$  است. اگر این دنباله دار مدار زمین را در تاریخ ۲۷ دی ۱۳۹۴ قطع کند، در چه تاریخ یا تاریخ‌هایی زاویه بین دنباله گرد و غباری و دنباله یونی اش  $137^\circ$  می‌شود؟ (تاریخ یا تاریخ‌ها را گزارش کنید که بین ۲۷ دی ۱۳۹۴ و ۲۷ دی ۱۴۳۱ باشد). (۹۰ نمره)

۳) در ساختار ستارگان، "مشخصه مقیاس" یک پارامتر ستاره (مانند مشخصه مقیاس فشار در ستاره) برابر است با اندازه آن پارامتر تقسیم بر تغییرات آن پارامتر نسبت به فاصله شعاعی از مرکز ستاره.

فرض کنید ستاره ی هم دما با دمای  $T$  داریم که گاز آن کامل است و از هیدوژن تشکیل شده است. تابعیت چگالی بر حسب شعاع این ستاره به صورت روبرو می باشد ( که در آن  $\rho$  و  $R$  دو ثابت هستند):

$$\rho = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

الف. تابعیت جرم ستاره بر حسب شعاع را بیابید.

ب. با توجه به تعریف سوال از مشخصه مقیاس و با استفاده از معادله تعادل هیدرواستاتیک، اندازه مشخصه مقیاس فشار ( $l_p$ ) در ستاره را تنها بر حسب ثوابت موجود، دمای ستاره و شعاع ستاره بیابید.

پ. اگر شرط این که در ستاره تعادل ترمودینامیکی محلی برقرار داشته باشیم به شکل زیر باشد:

$$\frac{l_p}{r} \leq 0.01$$

و همچنین مقادیر عددی  $\rho$  و  $R$  را به ترتیب  $1400 \text{ Kg.m}^{-3}$  و  $245.26 \text{ km}$  در نظر بگیریم، برای دمای ستاره چه شرطی بگذاریم تا در همه جای ستاره تعادل ترمودینامیکی محلی داشته باشیم؟ (۹۰ نمره)

۴) ماهواره ای را به گونه ای طراحی کرده ایم که از دید ناظر زمین مرکز همیشه در یک میل خاص حرکت می کند. اگر از دید ناظر زمین مرکز همیشه در میل  $10.2^\circ$  حرکت کند و ماه در میل ده درجه باشد، از دید ناظر زمین مرکز زاویه ی بین مدار ماهواره و دایره ضغیره سطح ماه چقدر است؟ (شعاع زاویه ای ماه را در این حالت  $0.5$  درجه در نظر بگیرید) (۱۱۰ نمره)