

سوالات و پاسخ مرحله دوم هشتمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

É - . Zìy » z † ZÁŠ È Y € È Á

: ½ Â » ŠMì ¤ Y € ~ e

: | Ì È Z » mÁŠe È « z » Äj † YÀ ¼ CE, È Y » Á, Y € ³ Á Z V È (Y d È) - Š Á Á » ¾ M¼ “

. d † ¤ Y Z † ½ M¼ « Áµ Y R ¼ Á ¾ Á M¼ Y R Y † 1 e

. | Ì È Ä ¼ Y » Á È ³ { Y Á Z Á Z Y Á È Á { Z ¼ Á Á † È Š } ä ³ € È Á € P

. | Ì È Ä Á Á » z CE » Z Z È » Ó p Ý Á Ó Y R Y Á » È Ì Á » Z Á Ó P Z Z q y € È † 3

. | È Z ¼ Á M Á Á ce u Y Á M, Y Á R j È Á X Z | È • Á { z € f † { Y Á È Á » Z Á Á » Z S € 4 »

. d † Y Z R » Z È, È Á » R j Z È † | Á Z È ¼ Ì « Z Á { Z - 5 f † Y

. d Ì Ì Z R » À Á Z | ° € Á Z Á Z Ì Á Z Á M, È » È Á Á | m Á { Z - 6 f † Y

. | Ì Á È Á Á » Á µ Á X Á ¼ Á » Á R Á Y ¼ M - Á È † Á ^ v », z ¼ ¼ « Á Z Á Á » È Y € ¼ ¼ Á f « Á Y € ¼ Á Á Z M Á Á

. | « | Á Y Á Ö Y Á Y { € y Y Á ¼ Y Á ¾ Á M¼ Z f Ì

. d † Y Ì Z ¼ Y • Á z M È { ¼ † Y † Š È Y È S Y € † Š Á m Á S Z È ¼ Á Z Á E Ö Y Á È Y j °

É - . Zìy » z † ZÁŠ È Y € È Á

Ê » Â ÂÊ° Ë ,ð §Y Â i

Downloaded from: www.icosmo.ir

$$6 / 67 \times 10^{11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

$$3 \times 10^8 ms^{-1}$$

$$3 / 09 \times 10^6 m$$

$$1 / 50 \times 10^1 m$$

$$9 / 46 \times 10^{15} m$$

$$6 / 96 \times 10^8 m$$

$$6 / 38 \times 10^6 m$$

$$1 / 74 \times 10^6 m$$

$$3 / 84 \times 10^8 m$$

$$5 / 97 \times 10^{24} kg$$

$$5777K$$

$$3 / 85 \times 10^{26} W$$

$$1 / 37 \times 10^8 Wm^{-2}$$

$$-26 / 8$$

$$70Kms^{-1}Mpc^{-1}$$

$$\check{S} \zeta Y \in \mathbb{R}^3 Z \Delta F Z m_i G$$

$$\bullet \hat{A} \zeta \check{Y} \in \mathbb{R}^3 c$$

$$\textcircled{R} \mathbb{R}^3 \bullet Z \Delta p c$$

$$\hat{E} \gg \hat{A} \alpha \gamma \hat{A} A u$$

$$\hat{E} \bullet \hat{A} \zeta \mathbb{R}^3 Ly$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \zeta \langle R_{\odot}$$

$$\frac{3}{4} | \bullet \zeta \langle R_{\oplus}$$

$$\tilde{A} \zeta \zeta \langle$$

$$\tilde{A} \zeta \gg Y \bullet \zeta \langle$$

$$\frac{3}{4} | \bullet \in m M_{\oplus}$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \zeta Y \gg \mathbb{R}^3 \odot$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \zeta^3 | \hat{A} \text{CE} y \mathbb{R}^3 \{$$

$$\hat{E} | \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \zeta Y Z i$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \zeta \in \hat{A} \zeta \ll m_{\odot}$$

$$\mathbb{R}^3 | \hat{i} \zeta \hat{A} Z i H_{\odot}$$

Ê - . ð y » z ð Z Á Š Ë Y € Ë Á

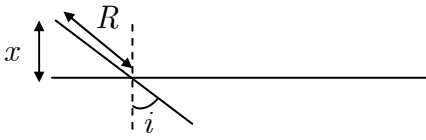
• Z Á d y Á † È € ¥ ½ Z Ö » É € k Á € y f a, ½ É º | j ; f z ¶ u Y È → { Z Ä • Z Ñ y ∈ } 6
 | i < • Â y € Ä ^ e ¥ i » É Z Á Â ^ e Â Á ¼ Â » Ä] j Æ ¶ i " É Ä • Ä Æ ¶ È | Ä | À È » Š j Y d v e d † É Ä f ^ Á
 É € Ä ¾ Y À j Y Ä È Z Ä Ä (Ä Ö È Ä » Ä " Y Y € Ä | i " É Ä • Ä Æ Á Z Á ^ € r d † ¼ i » Z É Ä ^ e Z Ö Ä Z
 . d † Ä | € Z Á É È (Z Á Ä | m Ä Ä | <

$\tilde{A} \cdot Z f \dagger$	$(M_{\odot})^{-1} \in m$	$(R_{\odot}) \cdot Z \langle$
1	0/5	0/018
2	0/8	0/015
3	1/1	0/014

: | < Z È È • Ä Ä j i " É Z Á Ä e Ä Z Á ^ € Ä ~ | Ä " | À € Š € ¶ Y . Y

$$\frac{R}{R_{\odot}} = A \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^B$$

. | È • Ä Ä M Ä Y B Ä | É { | É È j Z É Ä » Z • ¥ { Ä { ¼ f È • Z † f ¶ € m • Z É Ä v Ä z]
 É Z Á (M) ^ € m u € y i " É Ä • Ä © È ; ~ É ¾ | À Ö y Ä { Š] Z Ä Z o i ¶ m À j Z É Ä • Ä Æ ¶ Ä € Š |
 . | È • Ä Ä M Ä ¼ (M_E) È v ~ †
 . | i À † 2 Ä • Z • ¥ { Ä { ¼ f È • Z † f ¶ m = 1 M_{\odot} ^{-1} € Z Ä • Ä © È v ~ É Z É ß | À Ö Y • (Ä ¼ j
 Ä q | < Z] Z Á Z » Ä • f_E = 10^4 K È v ~ É Z Ä M = 1 M_{\odot} ^{-1} € Ä È Ä • Ä È Ä À Ö Y • d ¼ ^ Ä Ä m Ä j e
 . { Ä z — Z † Ä Z Ä È È Ö É Ä y € z § d † Z Á Ä € Ä Z Ä Ä ° Ö f i » É Ä • Ä © Ä Ö Y È (Ä • Ä x È y »
 . | i À € Š d] Z Ä • Ä È Ä € m Z . d q Ä • Ä | Ä j É Z f ¶ Ö Y 1 Z ^ É Z Ä È È € Y Y »



، ° / Ì À [Z ' u Y € ö ö • Ä È » Ì Æ © q Ä È ~ µ Ä | È Σ || f] Y (

، - € * Á € Ä ^ † É Y µ Z u = R cos i Z [Ä È €] ¶ € ¶] Z Ä »

d † X , X : d ¼ Ä Ä f † Ä Ä ≠ $\sqrt{1 - (\frac{b}{a})^2} = \sqrt{1 - (\frac{R \cos i}{R})^2} = \sin i \Rightarrow i = 47$: ° Ì È Ñ { Z ¶ ¶ Z Ä » } • Y •

≠ Ö f y X | Ì Ç Ä È ; Z ð y • R € i Ä È † » Z Ä Z Ä e
: † a d † X | È - Ì µ Ä -

R

R sin i

$$c = \frac{x}{t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{c} \quad , \quad \Delta x = R - R \sin i$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = \frac{R(1 - \sin i)}{c}$$

: ° Ì È ¶ ¼ (Y) d ¼ Ä] Z ICE »

$$c = \frac{x}{t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{c} \quad , \quad \Delta x = R + R \sin i \Rightarrow \Delta t_B = \frac{R(1 + \sin i)}{c}$$

• X | ¶ Ì Ä ° È • Ä Z j 2 | Ì † Z c | » Z d † €] (K) Ä [] É Z Ä ¼ ^ • « Ä È Ä ° Ä Ä Z || Ì † Z c | • ¼ Ì ' { Z Ì »
: ° È • Y Ä (f y Y Ä È » €] Y

$$t_{average} = \frac{\Delta t_A + \Delta t_B}{2} = \frac{(R - R \sin i) + (R + R \sin i)}{2c} = \frac{2R}{2c} = \frac{83 \pm 6 + 395 \pm 24}{2} = \frac{478 \pm 30}{2}$$

$$\Rightarrow R = c \times \frac{(478 \pm 30) \times 24 \pm 60}{2} = 6 / 0 \times 10^{15} \pm 3 / 8 \pm 10^4 m = 231 \pm 14 L6$$

R ½ Z Ä Ä , € ~ ½ M Ä 1 / 62 × 1 / 10 : Z d † €] € €] Y Ä È Ä Z Y , µ Y Ä • Ä É Z Ä X Ä m Ä È S € Y

$$É Y (€ \frac{1}{3600} = 4 / 5 \times 10^4 = 7 / 8 \times 10^6 \text{ Rad}) \quad \frac{1}{2} Z \text{ Ä } \uparrow \text{ b } \cdot \text{ Ä } \text{ m } \text{ Ä } \text{ È } \text{ € } \text{ Ä } \text{ Z } \text{ • } , \text{ ¶ } \text{ È } | \text{ • } \text{ Y } \text{ a } \text{ d } \text{ † } \text{ € } \text{ f } \text{ y } \text{ Y } \text{ Ä } \text{ ; } \text{ € } \text{] } \text{ Y}$$

: ° Ì Ä È ¼ Ì Ä È Ä Z • ,]

$$\theta = \frac{2R}{d} \Rightarrow d = \frac{2 \times (6 / 0 \times 10^{15} \pm 3 / 8 \pm 10^4)}{7 / 8 \times 10^6} = 1 / 58 \times 10^{11} \pm 9 / 7 \times 10^8 m = 6 \times 10^3 / 3 \times 10^4 \pm 10$$

: ° Ì È É € Ä • Y | ÷ • Y Z È Ä ^ È Z • Ä Ä , Y € f y Y Ä È Z Ä Y Ä • | ¶ / Ä

$$m_v - m_\odot = -2 / 5 \log \frac{b_v}{b_\odot} \Rightarrow 4 + 26 / 7 = -2 \log \frac{b_v}{1370} \Rightarrow b_v = 7 \times 10^9$$

$$b_v = \frac{L_v}{4\pi d_v^2} \Rightarrow L_v = (7 / 2 \times 10^{10}) \times 4\pi (1 / 58 \pm 10^9)^2 \Rightarrow$$

$$L_v = (7 / 2 \times 10^{10}) \times 4\pi (1 / 58 \pm 10^9)^2$$

$$= (7 / 2 \times 10^{10}) \times 4\pi \times (2 / 5 \pm 10^2 \pm 2 / 1 \times 10^1 / 9 \times 4 \pm 10) \Rightarrow$$

$$L_v = 2 / 2 \times 10^{34} \pm 2 / 7 \times 10^{33} W$$

È - • Z y » Z † Z Ä È Y € È Ä

$$G \frac{M}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$M(r) = M_0 + \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr, \rho(r) = \rho_0 \frac{a^2}{r^2} \Rightarrow M(r) = M_0 + \int_0^r 4\pi r^2 \rho_0 \frac{a^2}{r^2} dr$$

$$= M_0 + \int_0^r 4\pi a^2 \rho_0 dr = M_0 + 4\pi a^2 \rho_0 r$$

$$v = \sqrt{\frac{G(M_0 + 4\pi a^2 \rho_0 r)}{r}}$$



• $\rho_0 = 7 / 09 \times 10^{21} \text{ (kg / m}^3\text{)}$
 $\frac{1}{2} \{ \dots \}$
 $\frac{1}{4} \{ \dots \}$

$v = 106 / 67 \text{ km.s}^{-1}$

$$v = \sqrt{\frac{G(M_0 + 4\pi a^2 \rho_0 r)}{r}}, v = 100 \text{ km.s}^{-1}, r = 1 \text{ pc}, a = 1 \text{ pc}, M_0 = 10 M_\odot$$

$$\rho_0 = 7 / 09 \times 10^{21} \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

$\rho(r) = \rho_0 \frac{a^2}{r^2} \Rightarrow 0 / 01 \rho_0 = \rho_0 \frac{1 \text{ pc}^2}{r^2} \Rightarrow r = 10 \text{ pc}$

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{a^2}{r^2} \Rightarrow 0 / 01 \rho_0 = \rho_0 \frac{1 \text{ pc}^2}{r^2} \Rightarrow r = 10 \text{ pc}$$

$v = 106 / 67 \text{ km.s}^{-1}$

$$v = \sqrt{\frac{G(M_0 + 4\pi a^2 \rho_0 r)}{r}}, r = 10 \text{ pc}, a = 1 \text{ pc}, M_0 = 10 M_\odot, \rho_0 = 7 / 09 \times 10^{21} \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

$$v = 106 / 67 \text{ km.s}^{-1}$$

$$M_{bol} - M_B = -2/5 \log \frac{L_{bol}}{L_B} = -2/5 \log \frac{L_B + L_U + L_V}{L_B} = -2/5 \log \left(1 + \frac{L_U}{L_B} + \frac{L_V}{L_B} \right)$$

∴ $\frac{L_U}{L_B}, \frac{L_V}{L_B}$ ە زىڭ ۋە زىڭ

$$U - B = M_U - M_B = -2/5 \log \frac{L_U}{L_B}, \quad V - B = M_V - M_B = -2/5 \log \frac{L_V}{L_B}$$

$$\frac{L_V}{L_B} = 0/631, \quad \frac{L_U}{L_B} = 0/398$$

∴ $\frac{L_U}{L_B} = 0/398, \frac{L_V}{L_B} = 0/631$

$$M_{bol} = 3/5 - 2/5 \log \left(1 + 0/398 + 0/631 \right) / 2.73$$

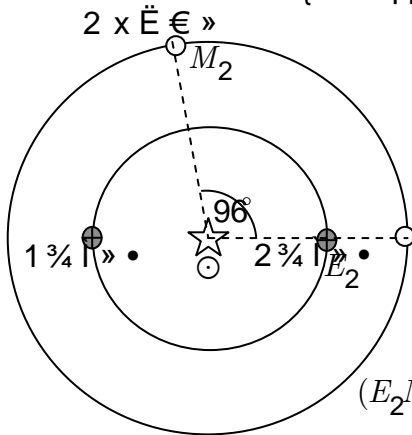
∴ $M_{bol} = 3/5 - 2/5 \log \left(1 + 0/398 + 0/631 \right) / 2.73$

$$m_{bol} - m_{bol\odot} = -2/5 \log \frac{L_{bol}}{L_{bol\odot}} \Rightarrow L_{bol} = 6/25 L_{bol\odot}$$

$$L_{bol} = a^3 \epsilon, \quad \mu = 1/37, \quad \mu = 2/45$$

$$L_{bol} = 6/25 L_{bol\odot} = 6/25 \times 3.828 \times 10^{26} \text{ W} = 9.1872 \times 10^{25} \text{ W}$$

∴ $L_{bol} = 6/25 L_{bol\odot} = 9.1872 \times 10^{25} \text{ W}$



$\mu = 1/37$
 $\mu = 2/45$

$$a^3 = 96/25 \Rightarrow a = \sqrt[3]{96/25} = 1.52 \text{ AU}$$

∴ $a = 1.52 \text{ AU}$

$$(E_2 M_2)^2 = (E_2 \odot)^2 + (M_2 \odot)^2 - 2(E_2 \odot)(M_2 \odot) \cos \theta$$

∴ $(E_2 M_2)^2 = (E_2 \odot)^2 + (M_2 \odot)^2 - 2(E_2 \odot)(M_2 \odot) \cos \theta$

$$\left. \begin{aligned} (E_2 M_2)^2 &= (E_2 \odot)^2 + (M_2 \odot)^2 - 2(E_2 \odot)(M_2 \odot) \cos \theta \\ M_2 \odot &= 1/524u, \quad E_2 \odot = 14u, \quad \theta = 96 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_2 M_2 = 1/94u$$

$$\frac{E_2 M_2}{\sin 96} = \frac{M_2 \odot}{\sin x} \Rightarrow x = 52$$

∴ $x = 52$

$$\sin \delta = \sin \epsilon \sin \lambda, \quad \cos \delta \cos \alpha = \cos \lambda \Rightarrow \delta = 18/4, \quad \alpha = 130$$

∴ $\delta = 18/4, \alpha = 130$

$$\sin \delta = \sin \epsilon \sin \lambda, \quad \cos \delta \cos \alpha = \cos \lambda \Rightarrow \delta = 18/4, \quad \alpha = 130$$

∴ $\delta = 18/4, \alpha = 130$

$$A \log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) = B \log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) + \log A \quad (6)$$

$\log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) = \frac{B}{A} \log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) + \frac{\log A}{A}$

$$L = 4\pi r^2 \sigma T^4$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = A^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$$

$\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = \log\left(A^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4\right) = 2 \log A + 4 \log\left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)$

$$\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 4 \log\left(\frac{T}{T_{\odot}}\right) - \frac{3}{7} \Rightarrow y = 4 - \frac{3}{7}$$

$$t = \frac{E}{L} = \frac{1/64 \times 10^{42} \text{ J}}{1/76 L_{\odot}}, \quad L_{\odot} = 3/85 \times 10^{26} \text{ J.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow t = 2/4 \times 10^{15} \text{ s} = 7/6 \times 10 \text{ year}$$