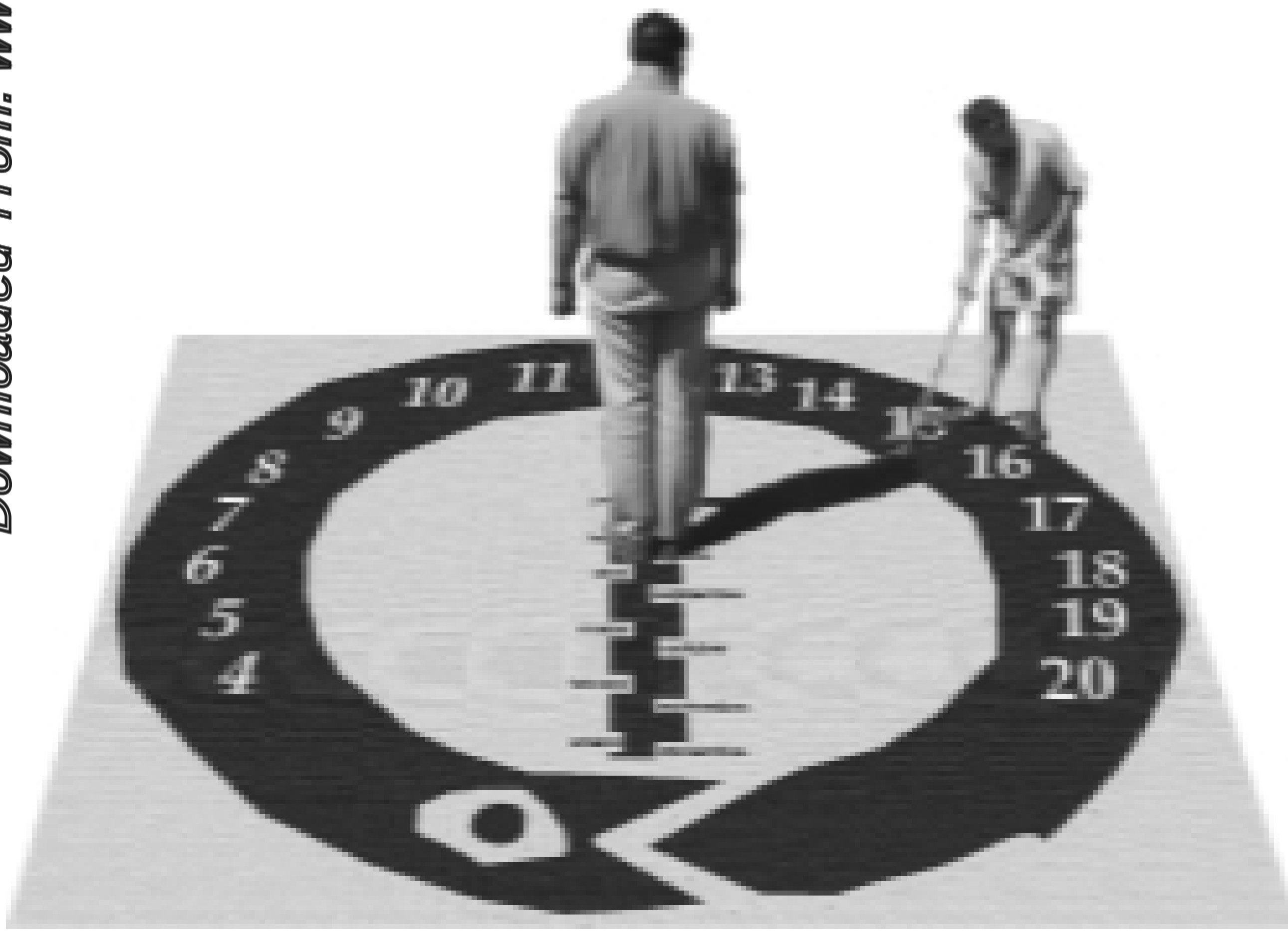
بنام خالق حق

ساعت آفتابی آنالماتیک



مؤلف : نیما چرتاب سلطانی

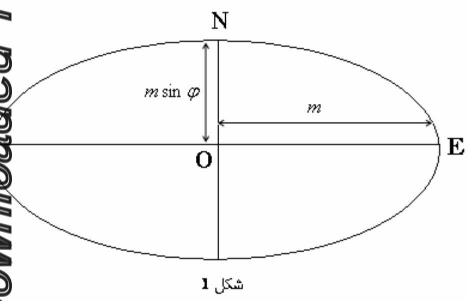
بهار ۱۳۸۷ - گروه المپیاد نجوم تبریز

1. مقدمه

ساعتِ آفتابیِ آنالماتیک نوعی ساعتِ آفتابی است که شاخصِ آن می تواند خود فردی باشد که از آن استفاده می کند ، از این نظر طراحیِ این گونه ساعت هایِ آفتابی در پارک ها و مراکز شهرها موجب جلب توجه مردم خواهد شد. این ساعتِ آفتابی از یک بیضی با نیم محورِ بزرگ ، در راستای شرق – غرب و نیم محورِ کوچک در راستای جنوب – شمال تشکیل شده است. شاخص در طولِ سال تنها مقید است بر روی نیم محورِ کوچک این بیضی جابجا شود و از این طریق زاویه ی ساعتیِ خورشید را محاسبه کند.

همان گونه که در شکلِ یک مشاهده می کنید ، این بیضی که بر رویِ زمین (افق) طراحی می شود دارای یک نیم محورِ بزرگ با طول دلخواهِ m و نیم محورِ کوچک با طولِ $m\sin\varphi$ می باشد که در آن φ عرضِ جغرافیاییِ محلی است که ساعتِ آفتابی در آنجا ساخته می شود.

در اولِ بهار و اولِ پاییز $(\delta_{sun}=0)$شخص برای اندازه گیری زمان باید در مرکزِ بیضی یعنی نقطه یِ oبایستد و با استفاده از سایه یِ خود زمانِ مورد نظر را بخواند ولی سایر روزهای سال شخص باید روی نیم محورِ کوچکِ بیضی جابجا شود.



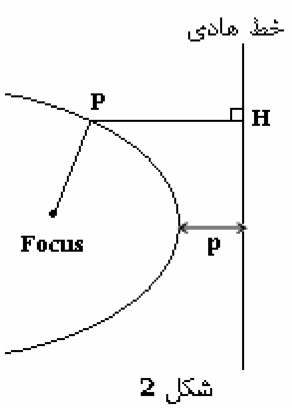
شکل 1

برای بدست آوردنِ زاویه یِ ساعتیِ خورشید لازم است با استفاده از خواصِ این ساعت آفتابی روابطی را بدست آوریم که پاسخگوی نیاز ما باشد و همچنین باید الگویی برایِ مکانِ قرارگیریِ فرد در ایامِ مختلفِ سال بدست آوریم که مستلزم بهره گیری از خواص بیضی است فلذا برای بررسی راحت تر مساله خواص بیضی را مرور می کنیم.

2 . مرور خواص بیضی

شاید لازم نباشد برای یک ساعت آفتابی کلِ خواصِ بیضی را بررسی کرد ، ولی به دلیلِ اهمیت این شکلِ هندسی در نجوم آن را به طورِ کامل موردِ بحث قرار می دهیم.

تعریف کلی مقاطعِ مخروطی از دیدگاهِ ریاضی چنین است : مکانِ هندسی نقاطی که نسبتِ فاصله یِ آن ها از یک نقطه به نامِ مرکز بر فاصله ی آن ها از یک خطِ ثابت به نامِ خطِ هادی برابر مقدار ثابتی باشد که آن را خروج از مرکز (e) گویند.



شکل 2

$$\frac{\overline{FP}}{\overline{PH}}=e$$

$$Focus=(0,0)\Rightarrow FP=(x^2+y^2)^{1/2}$$

$$\overline{PH}=p+x$$

$$e=\frac{(x^2+y^2)^{1/2}}{p+x}\Rightarrow y^2=e^2(p+x)^2-x^2 \qquad [Equ.1]$$

در معادله ی یک $y=0$ را جاگذاری می کنیم و از آن جا به دو جواب می رسیم که پارامتری خواهند بود ، این دو مقدار کمترین و بیشترین مقدار $\overline{PH}$را خواهند داد. از این به بعد $\overline{PH}$را با rنمایش خواهیم داد.

اختلاف این دو معادله را برابر $2a$ قرار می دهیم که در آن a نیم محور بزرگ است ، اگر معادله ی درجه دوم را به درستی حل کرده باشید نتایج زیر حاصل می شود. $r_{\max}=a(1+e)\ ,\ r_{\min}=a(1-e)$

دو برابرِ فاصله یِ بین کانون و مرکز بیضی برابر است با طولِ محورِ بزرگ منهای دو برابرِ $r_{\min}$.

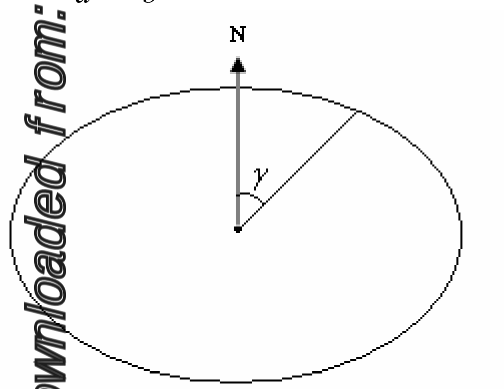
$$2d=2a-2a(1-e)=2ae\Rightarrow d=ae \qquad [Equ.2]$$

پس اگر مبدإ مختصات را به اندازه یِ ae در امتداد محورِ x ها انتقال دهیم ، می توانیم به معادله یِ دکارتی آن برسیم به گونه ای که مبدا در مرکز باشد همان که در ساعتِ آفتابی آنالماتیک لازم خواهیم داشت.

با اعمالِ انتقال برای معادله یِ یک و نام گذاری نیم محورِ کوچک (b) برای نقاطی که xِ آنها برابرِ صفر است به نتیجه یِ کاملا مشهور زیر می رسید.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad [Equ.3]$$

3. زاویه ی خط واصل بین مرکز بیضی و نشان دهنده ی ساعت



شکل 3

طبق شکلِ سه براحتی می توان تشخیص داد زاویه یِ γ چنین رابطه ایِ با سمتِ خورشید (A) دارد. $\gamma=-180+A$

پر واضح است که سمتِ خورشید باید در اعتدالین اندازه گیری شود تا زاویه یِ γ را نتیجه دهد. بقیه ی روابط از رابطه یِ بین مثلث کروی حاصله بین خورشید-قطب شمال و سمت الراس نتیجه می شود.

$$\cos H\sin\varphi=\cos\varphi\tan\delta-\sin H\cot A$$

که در آن H زاویه یِ ساعتی مربوط به اعتدالین است.

$$\delta=0\Rightarrow\tan A=\tan H\csc\varphi$$

از آنجا با جایگذاری γ به جایِ سمت خورشید نتیجه می شود.

$$\tan\gamma=\tan H\csc\varphi \qquad [Equ.4]$$

که در اعتدالین با اندازه گیریِ این زاویه می شود زاویه یِ ساعتیِ خورشید را محاسبه کرد.

این زمانِ خورشیدیِ واقعی را به ما نشان می دهد ولی اکثرا این زمان بدردِ ما نمی خورد بنابراین برای بدست آوردنِ زمانِ منطقه ای (ZT) باید یک سری محاسبات دیگر هم انجام دهیم.

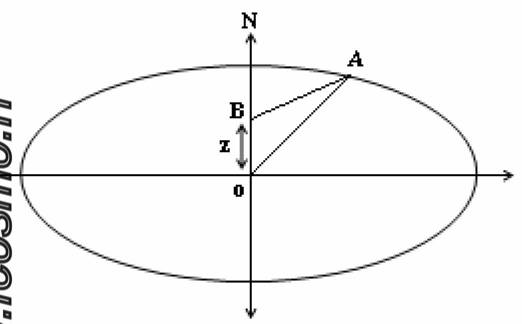
زمان منطقه ای بر مبنایِ نصف النهارِ ویژه ای سنجیده می شود که مثلا برای ایران این نصف النهار از پایتخت کشورمان یعنی تهران می گذرد و تمام زمان های رسمیِ کشور نسبت به آن سنجیده می شود.

پارامتری به نام تعدیل زمان مطرح می کنیم که در بخش پنجم محاسبه ی آن مفصلا توضیح داده شده است و از طریق می توانیم بنویسیم: $ZT=H-E\pm\Delta l\pm 12^h$

که در آن E تعدیل زمان و Δl اختلاف بین طول جغرافیایی نصف النهارِ استاندارد و نصف النهاری است که ساعتِ آفتابی را در آنجا مستقر ساخته ایم. در مورد اینکه مثبت و منفی در عبارات بالا چگونه باید اختیار شوند در بخش پنجم توضیح داده خواهد شد.

4. محاسبه میزان جابجایی شخص درطول ایام سال

در این قسمت می خواهیم میزان جابجاییِ شخص (z) را به صورتِ تابعی از زمان بدست آوریم.



شکل 4

$$O\hat{B}A = 2\pi - A$$

$$\overline{OB} = z$$

$$B\hat{O}A = \gamma \Rightarrow B\hat{A}O = \pi - (2\pi - A + \gamma) = -\pi + A - \gamma$$

$$: \frac{\sin(-\pi + A - \gamma)}{z} = \frac{\sin(2\pi - A)}{\overline{OA}} \qquad [Equ.5]$$

$$[Equ.1] \Rightarrow \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{(m\sin\varphi)^2} = 1 \quad , \quad r^2 = x^2 + y^2$$

$$x^2 \sin^2\varphi + y^2 = m^2 \sin^2\varphi \Rightarrow r^2 = m^2 \sin^2\varphi + x^2 \cos^2\varphi$$

$$x = r\sin\gamma \Rightarrow r = \frac{m\sin\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2\gamma\cos^2\varphi}} = \overline{OA}$$

$$[Equ.5] \Rightarrow \frac{\sin(\gamma - A)}{z} = \frac{-\sin A}{\dfrac{m\sin\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\gamma\cos^2\varphi}}} \Rightarrow z = \frac{m\sin\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\gamma\cos^2\varphi}}(\cos\gamma - \cot A\sin\gamma)$$

$$z = \frac{m\sin\varphi}{\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\gamma} - \tan^2\gamma\cos^2\varphi}}(1 - \cot A\tan\gamma) \Rightarrow z = \frac{m}{\sqrt{1+\tan^2 H}}(\sin\varphi - \cot A\tan H)$$

$$z = m(\sin\varphi\cos H - \sin H\cot A) \Rightarrow \underline{\underline{z = m\cos\varphi\tan\delta}}$$

که در معادله یِ آخر از فرمولِ چهارجزئی استفاده شده است.

مهم است در استفاده از فرمولِ چهارجزئی با توجه به شکلِ چهار دقت کنید زاویه یِ ساعتی منفی یا بزرگتر از πاست. شاید در ابتدا فکر کنید در این صورت مساله حالتِ کلی خود را ازدست می دهد ولی توجه کنید که اگر زاویه یِ ساعتی مثبت باشد(بعد از ظهر) در این صورت روابطی که برای سمت نوشته ایم هم تغییر خواهد کرد و به این ترتیب نتیجه ی یکسانی را کسب خواهیم کرد.

بدین طریق ما می توانیم محل قرار گیری فرد را در هر لحظه از سال مشخص کنیم.

5. تبدیل زمان خورشیدی به زمان محلی

اولین چیزی که در تبدیلِ زمانِ خورشیدی به محلی نیاز خواهیم داشت تعدیل زمان است که با فرض آشنایی پیشین شما با معادله یِ کپلر و حل آن طبق الگوریتمِ زیر قابل محاسبه است.

اگر آشناییِ قبلی با بحث هایِ زیر را ندارید لزومی به مطالعه ی این بخش وجود ندارد.

مراحل محاسبه تعدیل زمان:

- آنومالیِ حقیقی نقطه ی اعتدال بهاری را 77° درجه در نظر بگیرید.
- بی هنجاریِ میانگین را برای نقطه یِ اعتدال بهاری محاسبه کنید.
- با فرض دایروی بودن مدارِ زمین زاویه یِ پیمایش آن از اعتدالِ بهاری را بیاورید.
- عدد بدست آمده در قسمت قبل را با بی هنجاری میانگینِ اعتدالِ بهاری جمع کنید تا بی هنجاریِ میانگین آن لحظه را بیاورید.
- با استفاده از قسمت قبل آنومالیِ حقیقیِ آن لحظه را محاسبه کنید.
- آنومالِی حقیقیِ آن لحظه و اعتدالِ بهاری را از هم کم کنید تا طولِ سماوی خورشید در آن لحظه حاصل شود.
- طولِ سماویِ خورشید در قسمت قبل را به بعد تبدیل کنید.
- عددِ بدست آمده در قسمتِ قبل را از عددِ حاصل شده در قسمتِ سوم کم کنید.
- عددِ بدست آمده را به ساعت تبدیل کنید. این همان تعدیلِ زمان برای آن روز است.

با محاسبه یِ عدديِ تعدیل زمان برای هفتمِ اردیبهشت ماه شما را با این کار بیشتر آشنا خواهیم کرد.

$$\nu_\gamma = 77^\circ \rightarrow M_\gamma = 76^\circ 14' 19''$$

$$Date = 7 Ordibehesht \rightarrow \theta = 37^\circ 27' 10''$$

$$M = M_\gamma + \theta = 113^\circ 41' 29'' \rightarrow \nu = 115^\circ 25' 44''$$

$$\lambda = \nu - \nu_\gamma = 39^\circ 11' 25'' \rightarrow \alpha = 36^\circ 47' 5''$$

$$E = 0^h 2^m 50^s$$

برای تبدیلِ زمانِ خورشیدی به زمان محلی می بایست از رابطه یِ زیر که قبلا ذکر شده است استفاده کرد.

$$ZT = H - E \pm \Delta l \pm 12^h$$

که در آن Δl قدرِ مطلق (مقدار عددی) اختلافِ طولِ جغرافیاییِ بینِ نصف النهارِ محل و نصف النهارِ استاندارد آن است که اگر محل در غربِ نصف النهارِ استاندارد باشد علامت مثبت و گرنه علامتِ منفی برای این پارامتر انتخاب می شود. برای عدد 12^h هم اگر قبل از ظهر باشد علامت مثبت و اگر بعد از ظهر باشد علامت منفی را اختیار می کنیم. دقت شود که تمام پارامتر ها در رابطه بالا بر حسب ساعت بیان می شوند.

" خارهای کوچک زخم به جان نمی زنند، بلکه با او می آمیزند برای روزهای سخت‌تر "